Révision
حمدي نحو النموذجي
Gratuite

رياضيات	مناظرة النّموذجي 2011	س 6

المسألة رقم 1

يمثّلَ الرّسم التّالي تصميما لملعب رياضيّ شكله مستطيل، قيس بعديْه بالصم 5,72 و 4 وفق السلّم $\frac{1}{2500}$ و ينتهي بنصفي دائرة.

1-ابحثْ عن القيس الحقيقيّ بالمتر لمحيط الملعب.

المسألة رقم 2

اشترى بائع غلال كمّية من التّفّاح كتلتها بالكغ 2100. عند فرزها وجد أنّ $\frac{2}{25}$ من الكتلة الجمليّة قد تعفّنت، فتخلّص منها و باع الباقي بسعر قدره بالدينار 1,250 للكيلوغرام الواحد محقّقا ربحا نسبته 25%.

1-ما هو ثمن بيع التّفّاح؟

2-إبحث عن ثمن شراء القطار الواحد من التّفّاح.

المسألة رقم3

بعث مستثمر شابّ مشروعا فلاحيّا بكلفة جميلة قيمتها بالدينار 90846، أنْفِقَتْ على النّحو التّالي:

- اقتناء قطعة أرض قيس مساحتها بالهكتار 3,5 بكلفة جميلة قيمتها بالدّينار 27370 مع العلم أنّ معاليم التسجيل بلغت 15 % من ثمن شراء الأرض.
- إقامة اسطبل و شراء أبقار بمبلغ قدره بالدّينار 59400. يمثّل ثمن الأبقار $\frac{1}{3}$ ما أنفق لإقامة اسطبل و يبلغ ثمن البقرة الواحدة بالدينار 2475.
- شراء كمّية من العلف و آلة لحلب الأبقار يفوق ثمنها بالدينار سعر العلف بـ 270.

1-حدّدْ ثمن شراء الهكتار الواحد من الأرض.

2-إبحث عن عدد الأبقار.

3-إحسب ثمن العلف.

إصلاح إختبار الرّياضيات دورة 2011:

المسألة رقم1

القيس الحقيقي لطول المستطيل :

2500x5,72= 14300صم = 143م

القيس الحقيقيّ لعرض المستطيل

4 x 2500 = 10000صم =100م

القيس الحقيقي لمحيط الملعب

(3,14 x100)+(2 x143) = 600 م

المسألة رقم2:

العدد الكسريّ الممثّل لكتلة التّفّاح الصّالح للبيع

$$\frac{23}{25}=\frac{2}{25}+\frac{25}{25}$$

كتلة التّفّاح الصّالح للبيع (25:2100)x23 = 1932 كغ

أوْ كتلة التّفّاح المتعفّن (25:2100)x2 = 168 كغ

كتلة التّفّاح الصالح للبيع 2100 - 168=1932 كغ

ثمن بيع التّفّاح 1,250 x 1932= 2415د

النّسبة المِئَويّةُ المُمَثّلة لثمن بيع التّفّاح

100% +25% = 125%

ثمن شراء التّفّاح

(2415 :125) x 100 =1932د

التّحويل 2100 كغ = 21ق

ثمن شراء القِنطار الواحد من التّفّاح

1932 :21= 92د

إصلاح المسألة رقم 3

النّسبة المئويّة الممثّلة لثمن كلفة الأرض

100% +15% = 115%

ثمن شراء الأرض

(27370 : 115) x100 =23800د

ثمن شراء الهكتار الواحد من الأرض

23800 : 3,5 = 6800 د

العدد الكسري الممثل للمبلغ الّذي أُنْفِقَ

لإقامة الاسطبل و شراء الأبقار $\frac{3}{3}=\frac{1}{3}+\frac{3}{3}$

ثمن شراء الأبقار 59400 : 4 = 14850 د

عدد الأبقار 14850: 2475 = 6 أبقار

ثمن العلف و آلة الحلب

90846 - (59400+27370) =4076 د

ثمن العلف (4076 - 270) : 2= 1903 د

ثمن آلة الحلب (4076 +270) : 2= 2173 د

ثمن العلف 2173 - 270= 1903 د

أو 4076 – 2173 = 1903 د

الجمهورية التونسية

وزارة التربية

ملخّص الرّياضيّات

لتلاميذ السنة السادسة من التعليم الأساسي

مع خالص تمنّياتنا بالنجاح و التّوفيق للجميع

مراجعة دروس الرياضيات للسنة السادسة
من انجاز : نورالدين بن خضر

الجمع والطرح

- الكلفة - ثمن الشراء + المصاريف
- ثمن الشراء - الكلفة - المصاريف
- المصاريف - الكلفة - ثمن الشراء

- ثمن البيع - الكلفة + الربح
- الكلفة - ثمن البيع - الربح
- الربح - ثمن البيع - الكلفة

- الكلفة - ثمن البيع + الخسارة
- ثمن البيع - الكلفة - الخسارة
- الخسارة - الكلفة - ثمن البيع

عملية الضرب

- لضرب عدد صحيح في 10 يكفي أن نكتب صفرا على يمينه
- وعندما نضربه x 100 نكتب على يمينه صفرين (00) ...
- لضرب عدد ما في 0,1 يكفي أن أقسم العدد نفسه على 10
- لضرب عدد ما في 0,2 يكفي أن أقسم العدد نفسه على 5
- لضرب عدد ما في 0,5 يكفي أن أقسم العدد نفسه على 2
- لضرب عدد ما في 0,25 يكفي أن أقسم العدد نفسه على 4
- لضرب عدد عشري في 10 انقل الفاصل منزلة واحدة الى اليمين
- لضرب عدد عشري في 100 انقل الفاصل منزلتين الى اليمين
- لضرب عدد عشري في 1000 انقل الفاصل ثلاثة منازل الى اليمين

مراجعة دروس الرياضيات للسنة السادسة
من انجاز : نورالدين بن خضر

القسمة

يكون عدد ما قابلا للقسمة على 2 اذا كان رقم آحاده : 0.2.4.6.8

يكون عدد ما قابلا للقسمة على 3 اذا كان مجموع أرقامه : 3 – 6 ـ 9

ويكون قابلا للقسمة : 4 اذا كان رقم آحاده وعشراته من مضاعفات 4

يكون عدد ما قابلا للقسمة على 5 اذا كان رقم آحاده : 0 – 5

يكون عدد ما قابلا للقسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه 9

الأعداد العشرية

- لقسمة عدد عشري على 10 أنقل الفاصل منزلة واحدة الى اليسار.
- لقسمة عدد عشري على 100 أنقل الفاصل منزلتين الى اليسار.
- لقسمة عدد عشري على 1000 أنقل الفاصل 3 منازل الى اليسار.

- لقسمة عدد عشري على 0,1 يكفي ان أضرب العدد نفسه في 10 .
- لقسمة عدد عشري على 0,01 يكفي ان أضرب العدد نفسه في 100
- لقسمة عدد عشري على 0,001 يكفي ان أضرب هذا العدد في 100

- لقسمة عدد عشري على 0,2 يكفي ان أضرب العدد نفسه في 5 .
- لقسمة عدد عشري على 0,25 يكفي ان أضرب العدد نفسه في 4 .
- لقسمة عدد عشري على 0,5 يكفي ان أضرب العدد نفسه في 2 .

- لقسمة عدد عشري على عدد صحيح ننجز العملية بصفة عادية وعندما نصل إلى الفاصل نضعه في خارج القسمة.
- لقسمة عدد عشري على عدد عشري:يجب تحويل القاسم إلى عدد صحيح بضربه في 10 ـ 100 ـ أو 1000..... حسب عدد الأرقام الموجودة على يمين الفاصل وكذلك نفعل بالمقسوم...

مراجعة دروس الرياضيات للسنة السادسة

من انجاز : نورالدين بن خضر

الأعداد الكسرية

- العدد الكسري يتكون من بسط يكتب من أعلى ومقام يكتب من أسفل وبينهما خط الكسر. مثال ثلاثة أرباع ($\frac{3}{4}$) 3 هي البسط و 4 هي المقام وهي في الواقع عملية قسمة 3 : 4
- كل الأعداد الصحيحة هي أعداد كسرية بسطها العدد نفسه ومقامها 1
- لكل عدد كسري أعدادا كسرية أخرى مساوية له نحصل عليها بضرب البسط والمقام في نفس العدد
- أو بقسمة البسط والمقام على نفس العدد ويسمى ذلك اختزالا :
- كسران يتحدان في المقام أكبرهما ما كان بسطه أكبر
- كسران متحدان في البسط أكبرهما ما كان مقامه أصغر
- لا يمكن مقارنة كسرين لا يتحدان في البسط والمقام الا بعد القيام بعملية التوحيد والتي تتمثل في ضرب العدد الكسري الأول في مقام العدد الكسري الثاني وضرب العدد الكسري الثاني في مقام العدد الكسري الأول.
- أذا اتحدت المقامات بالامكان القيام بعمليتي الجمع والطرح، وذلك بجمع أو طرح البسطين والمحافظة على نفس المقام.
- اذا كان البسط في العدد الكسري مساو أو من مضاعفات مقامه فخارجه يكون عددا صحيحا.
- أذا كان البسط في العدد الكسري لا يقبل القسمة على المقام أو أصغر منه يكون خارجه عددا عشريا.
- اذا كان البسط أكبر من المقام يكون الخارج أكبر من 1
- اذا كان البسط أصغر من المقام يكون الخارج أصغر من 1
- اذا كان البسط مساو للمقام يكون الخارج مساو لـ 1

مراجعة دروس الرياضيات للسنة السادسة
من انجاز : نورالدين بن خضر

السلم

البعد على التصميم - البعد الحقيقي بالصم : مقام السلم
البعد الحقيقي - البعد على التصميم x مقام السلم.
السلم - البعد على التصميم : البعد الحقيقي

النسبة المائوية

• النسبة المائوية - (المقدار الناتج x 100) : المقدار الأصلي
• المقدار الناتج - المقدار الأصلي x بسط النسبة المائوية : 100
• المقدار الأصلي - (المقدار الناتج x 100) : بسط النسبة

المسافة والسرعة والزمن

• ساعة الوصول - ساعة الانطلاق + المدة المستغرقة
• الزمن المستغرق - ساعة الوصول - ساعة الانطلاق
• ساعة الانطلاق - ساعة الوصول - المدة المستغرقة

معدل السرعة - طول المسافة : الزمن

طول المسافة - معدل السرعة x الزمن

الزمن - طول المسافة : معدل السرعة

- بالامكان توظيف التناسب في حساب السلم والنسبة المائوية والمسافة والسرعة والزمن

مراجعة دروس الرياضيات للسنة السادسة

من انجاز : نورالدين بن خضر

وحدات قيس المساحات

الأجزاء						الوحدة الأساسية		المضاعفات					
مم^2		صم^2		دسم^2		م^2		دكم^2		هم^2		كم^2	
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....

لتحويل الوحدات من الأكبر الى الأصغر نضرب في 100 – 10000 –...

لتحويل الوحدات من الأصغر الى الأكبر نقسم على 100 – 10000 ...

وحدات قيس المساحات الفلاحية

الأجزاء		الوحدة الأساسية		المضاعفات	
صآ		آ		ها	
....	....	....	....	....	....

- الصنتيار يقابله : المتر مربع (1 صآ - 1 م^2)
- والآر يقابله الديكامتر مربع (1 آ - 1 دكم^2)
- والهكتار يقابله الهكتومتر مربع (1 هآ - 1 هم^2)

لتحويل الوحدات من الأكبر الى الأصغر نضرب في 100 في 10000 في...

لتحويل الوحدات من الأصغر الى الأكبر نقسم على 100 في 10000 في ...

وحدات قيس الزمن

الثانية_ الدقيقة_ الساعة_ اليوم_ الأسبوع_ الشهر_ السنة_ العقد_ القرن ..

الساعة - 60 دقيقة	الدقيقة - 60 ثانية	الساعة - 3600 ثانية
اليوم - 24 ساعة	الأسبوع - 7 أيام	السنة - 12 شهرا

- السنة الفلكية : 365 يوما وربع اليوم (6 ساعات)
- السنة العادية : (365 يوما)
- السنة الكبيسة : (366 يوما ... فيفري 29 يوما مرة في الأربع سنوات)

مراجعة دروس الرياضيات للسنة السادسة

من انجاز : نورالدين بن خضر

المربع	المحيط	طول الضلع x 4
	نصف المحيط	طول الضلع x 2
	الضلع	طول المحيط : 4
	المساحة	طول الضلع x طول الضلع
المستطيل	المحيط	(الطول+العرض) x 2
	نصف المحيط	المحيط : 2
	المساحة	الطول x العرض
	العرض	(المحيط : 2) - الطول
	الطول	(المحيط : 2) - العرض
	العرض	المساحة : الطول
	الطول	المساحة : العرض

المثلث	المحيط	مجموع الأضلاع
	المساحة	(القاعدة x الارتفاع) : 2
	القاعدة	(المساحة x 2) : الارتفاع
	الارتفاع	(المساحة x 2) : القاعدة

الدائرة	القطر	طول الشعاع x 2
	الشعاع	طول القطر : 2
	المحيط	طول القطر x ∏
	القطر	طول المحيط : ∏
	المساحة	شعاع x شعاع x ∏

∏ (Pi) = 3,14 = 22 على 7

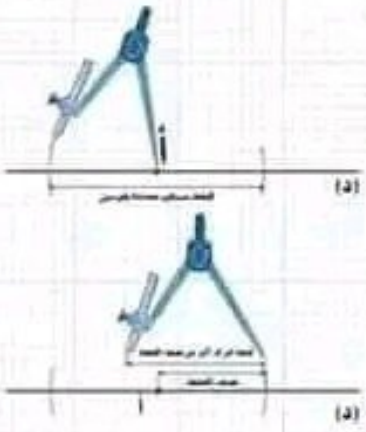
مراجعة دروس الرياضيات للسنة السادسة

من انجاز : نورالدين بن خضر

المعين	المحيط	طول الضلع x 4
	المساحة	طول الضلع x طول الارتفاع
	الضلع	المساحة : طول الارتفاع
	الارتفاع	المساحة : طول الضلع
	المساحة	القطر الكبير x القطر الصغير : 2
	القطر الصغير	(المساحة x 2) : القطر الكبير
	القطر الكبير	(المساحة x 2) : القطر الصغير
متوازي الأضلاع	المساحة	طول القاعدة x الارتفاع
	الارتفاع	المساحة : طول القاعدة
	القاعدة	المساحة : طول الارتفاع
شبه المنحرف	مجموع القاعدتين	القاعدة الكبرى + القاعدة الصغرى
	المساحة	مجموع القاعدتين x الارتفاع : 2
	الارتفاع	(المساحة x 2) : مجموع القاعدتين
	مجموع القاعدتين	(المساحة x 2) : طول الارتفاع
	القاعدة الصغرى	(المساحة x 2) : طول الارتفاع – القاعدة الكبرى
	القاعدة الكبرى	(المساحة x 2) : طول الارتفاع – القاعدة الصغرى

بناء مستقيم عمودي على مستقيم آخر

النقطة «أ» تنتمي للمستقيم (د)



نضع شوكة البركار في «أ» ونختار فتحة.

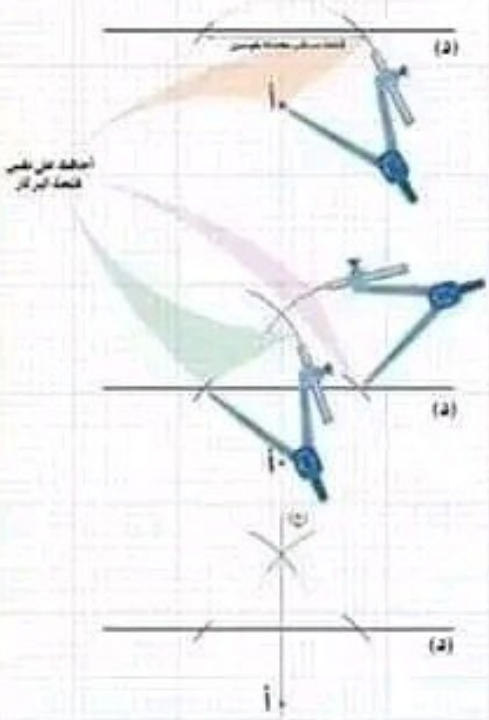
أحدّد قطعة مستقيم على (د) بقوسين أحدهما على اليمين والآخر على اليسار.

أعيّن فتحة أخرى للبركار تكون أكبر من نصف القطعة التي حدّدتها على (د).

أعيّن قوسين انطلاقا من طرفي القطعة محافظا على الفتحة.

أرسم المستقيم(ج) المارّ من«أ»ومن تقاطع القوسين والمعامد لـ (د) في نفس الوقت.

النقطة «أ»لا تنتمي للمستقيم (د)



نضع شوكة البركار في «أ» ونختار فتحة أكبر من المسافة الفاصلة بين النّقطة أ والمستقيم (د).

نحدّد قطعة مستقيم على (د) بقوس يقطعه في نقطتين.

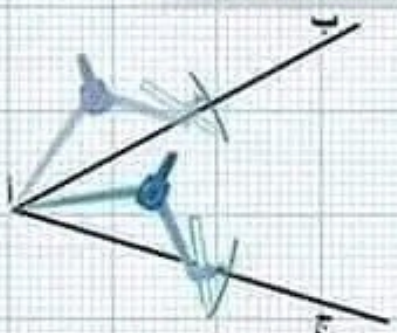
أحافظ على فتحة البركار وأعيّن قوسين من الجهة الثانية للمستقيم (د) انطلاقا من طرفي القطعة المتحصل عليها.

أرسم المستقيم(ج) المارّ من«أ»ومن تقاطع القوسين والمعامد للمستقيم (د) في نفس الوقت.

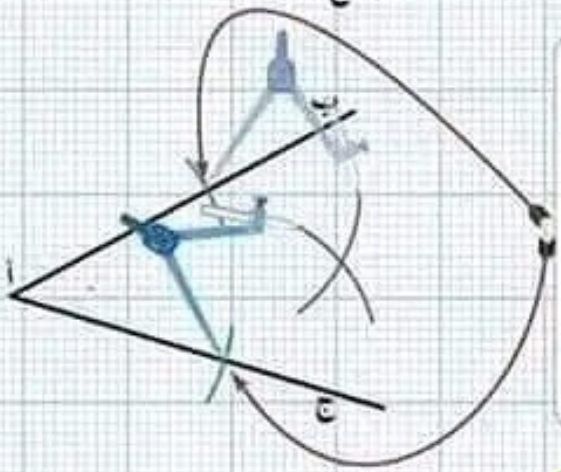
بناء منصف الزاوية

منصف الزاوية

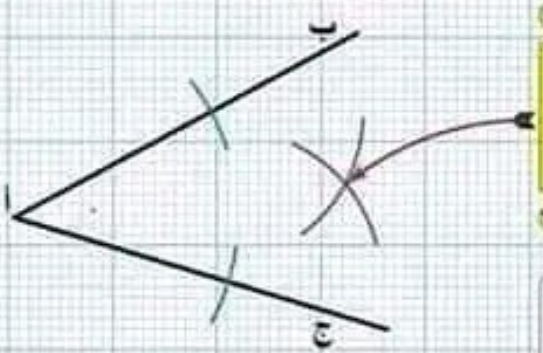
هو نصف مستقيم ينطلق من رأس الزاوية ويقسّمها إلى زاويتين متجاورتين ومتقايستين



1- أضع ابرة البركار على رأس الزّاوية ثم أرسم قوسا يقطع ضلعي الزّاويةِ.

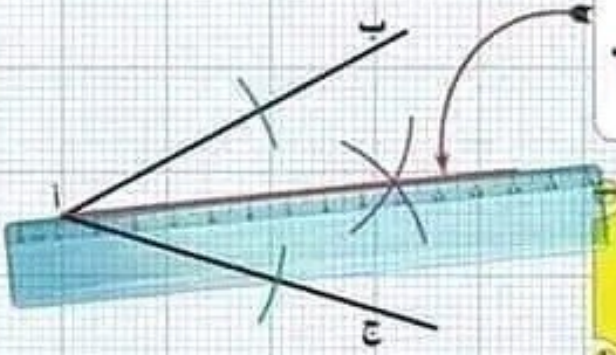


2- أضع ابرة البركار على النقطتين اللّتين حصلت عليهما .
أرسم في كل مرة قوسا محافظا على نفس فتحة البركار.



يتقاطع القوسان في نقطة محددة.

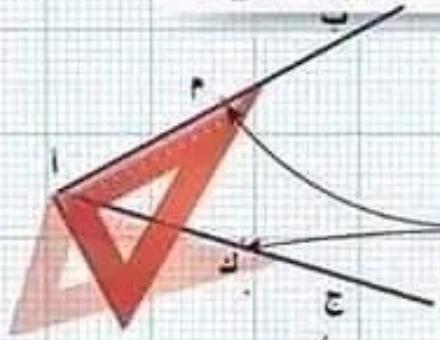
3- أرسم نصف المستقيم الذي رأسه أ والمار من نقطة تقاطع القوسين.



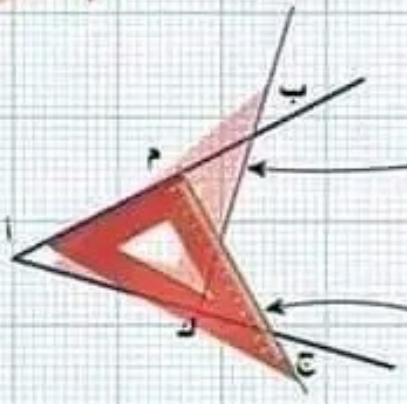
نصف المستقيم الذي تحصلنا عليه هو منصف الزاوية [أب ، أج].

منصف الزاوية

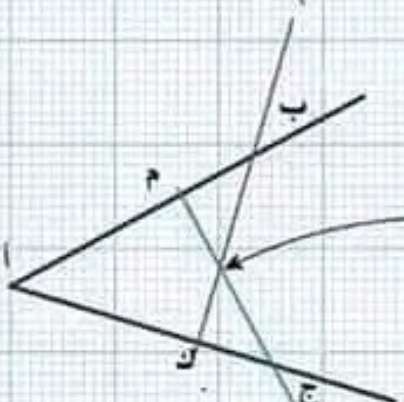
هو نصف مستقيم ينطلق من رأس الزاوية ويقسّمها إلى زاويتين متجاورتين ومتقايستين



1- باستعمال الكوس أعين النقطة ك على الضلع [أب) والنقطة م على الضلع [أج) بحيث أ ك = أ م.



2- أرسم بالكوس الزاوية القائمة التي رأسها ك.



3- أرسم بالكوس الزاوية القائمة التي رأسها م .

أحصل على نقطة يتقاطع فيها ضلعا الزاويتين القائمتين.

4- أرسم نصف المستقيم الذي رأسه أ والمار من نقطة تقاطع الزاويتين القائمتين.

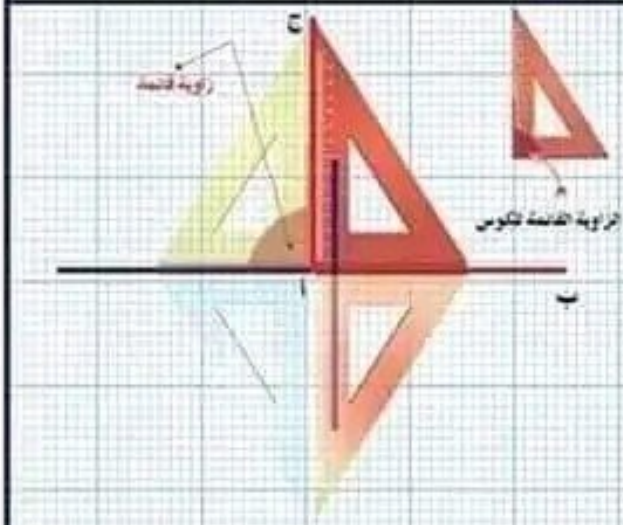
نصف المستقيم الذي تحصلنا عليه هو منصف الزاوية [أب ، أج].

الزوايا

الزّاوية القائمة

زاوية قيس فتحتها بالدرجات 90°

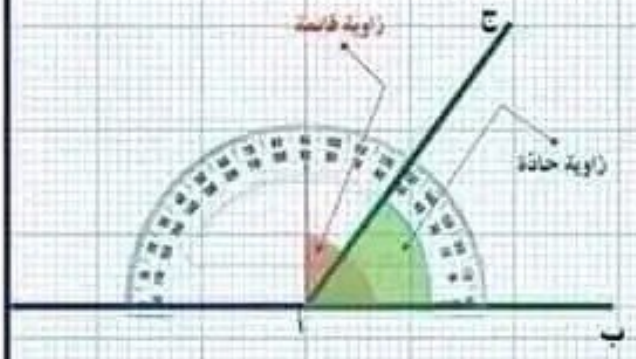
أستعمل الكوس للتّثبّت من صحّة الزّاوية القائمة.



الزّاوية الحادّة

زاوية قيس فتحتها أصغر من فتحة الزّاوية القائمة أي أنّ الفتحة محصورة بين 0° و90°

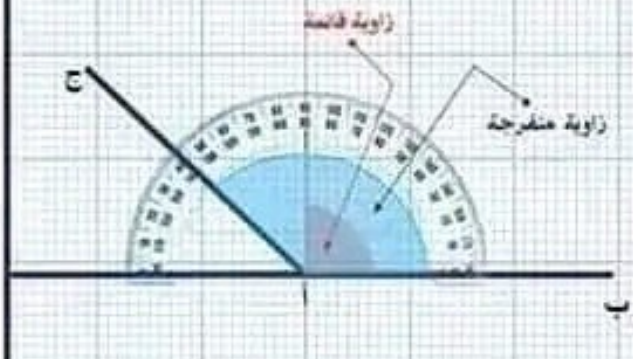
أستعمل المنقلة لقيس فتحة الزّاوية الحادّة.



الزّاوية المنفرجة

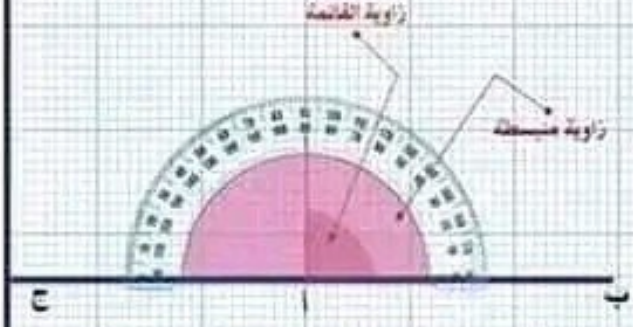
زاوية قيس فتحتها أكبر من فتحة الزّاوية القائمة أي أنّ الفتحة محصورة بين 90° و 180°

أستعمل المنقلة لقيس فتحة الزّاوية المنفرجة.



الزّاوية المنبسطة

زاوية قيس فتحتها 180°

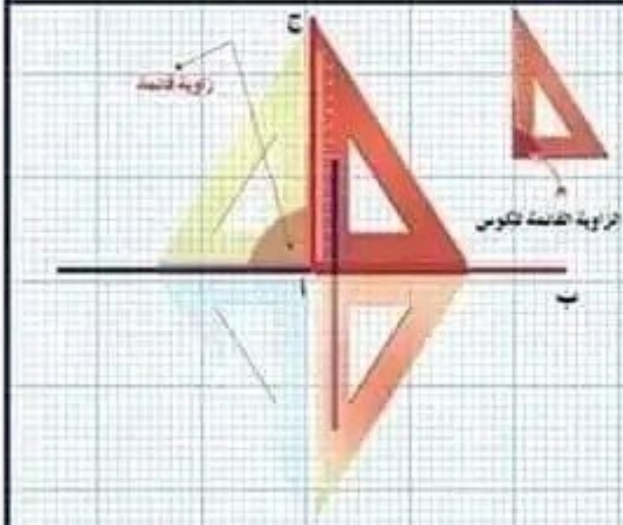


الزوايا

الزّاوية القائمة

زاوية قيس فتحتها بالدرجات 90°

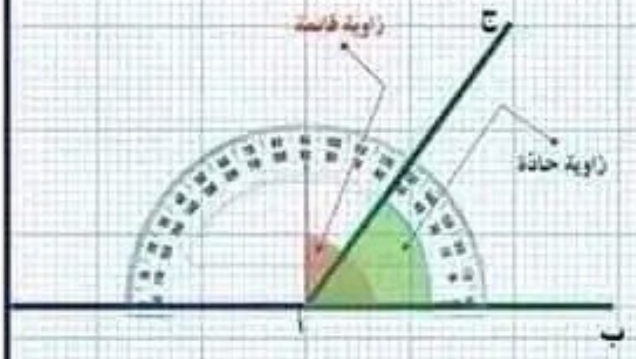
أستعمل الكوس للتّثبّت من صحّة الزّاوية القائمة.



الزّاوية الحادّة

زاوية قيس فتحتها أصغر من فتحة الزّاوية القائمة أي أنّ الفتحة محصورة بين 0° و90°

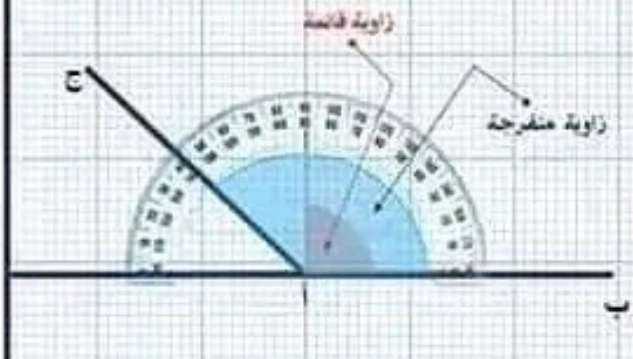
أستعمل المنقلة لقيس فتحة الزّاوية الحادّة.



الزّاوية المنفرجة

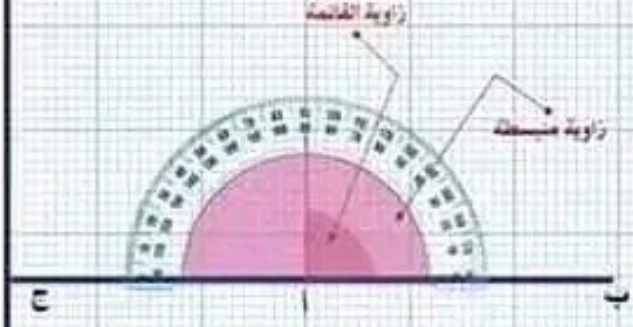
زاوية قيس فتحتها أكبر من فتحة الزّاوية القائمة أي أنّ الفتحة محصورة بين 90° و 180°

أستعمل المنقلة لقيس فتحة الزّاوية المنفرجة.



الزّاوية المنبسطة

زاوية قيس فتحتها 180°



الموسط العمودي

الصف الخامس

الموسّط العمودي لقطعة مستقيم
هو مستقيم يمرّ عموديًا من منتصفها

أرسم قطعة المستقيمِ [أ، ب]

أحدّد بالبركار فتحةَ تفوق منتصفَ القطعةِ.

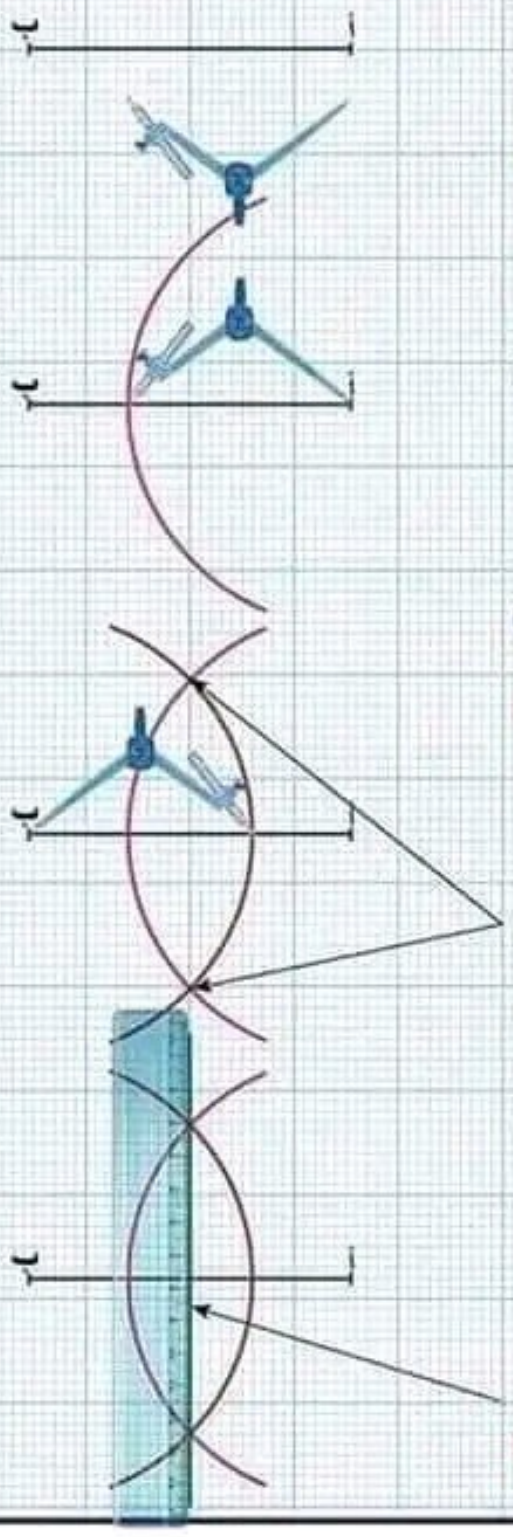
أضع إبرةَ البركارِ على النّقطةِ أ وأرسم قوسًا.

أضعُ إبرة البركار على النّقطةِ ب وأرسم قوسًا آخرَ مع المحافظةِ على نفسِ الفتحةِ.

يتقاطعُ القوسانِ في نقطتينِ

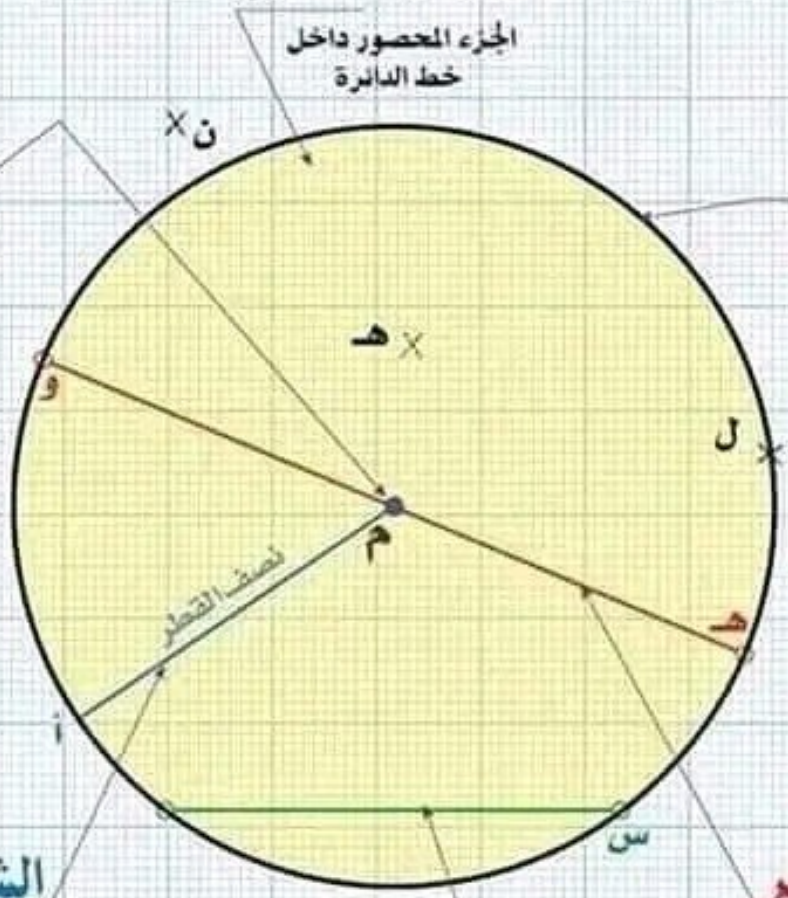
أرسم مستقيمًا يمرّ من النّقطتين النّاتجتين عن تقاطعِ القوسينِ

نسمّي هذا المستقيمَ
الموسط العموديَّ لقطعةِ المستقيم



الدائرة

القرص الدائري



م (مركز الدائرة) لا تنتمي إلى الدائرة.

م (مركز الدائرة) تنتمي إلى القرص الدائري.

ل تنتمي إلى الدائرة وإلى القرص الدائري.

[س ، ص] = حبل

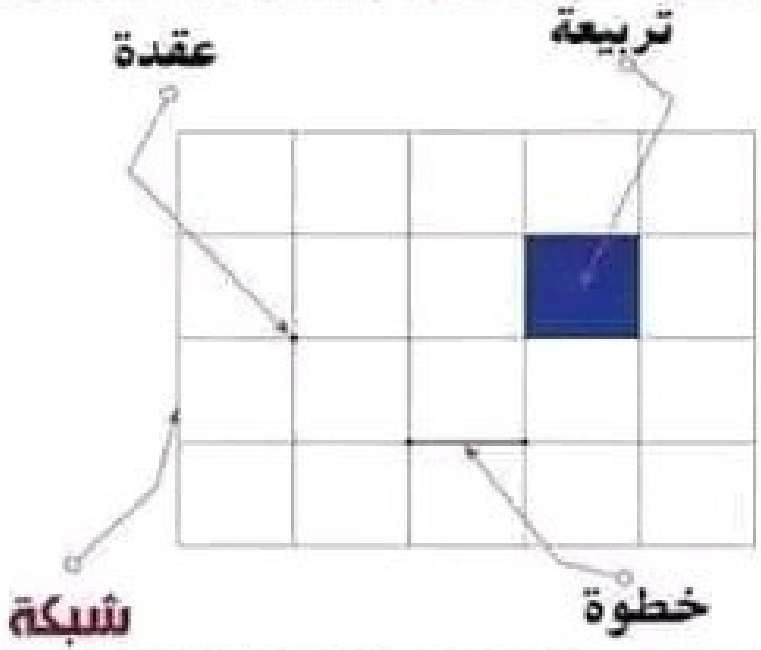
[م ، أ] = شعاع

[هـ ، و] = قطر

* تتكون الشبكة من تربيعات متقايسة ناتجة عن تقاطع مستقيمات عمـــــودية وأفقية.

* نسمي نقطة تقـــــاطع خط عمودي مع خط أفـــقي «عقدة».

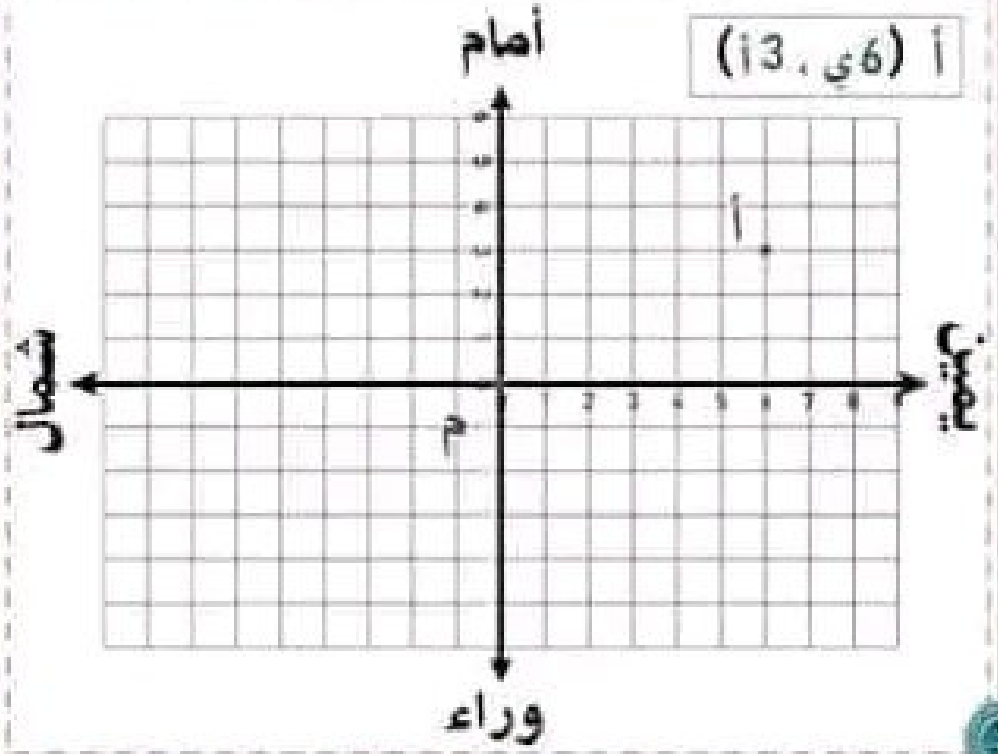
* نسمي المســــــــافة الفاصلة بين عقدتين «خطوة».



* يقسم المحـــــور الأفقي الشبكة إلي قسمين: قسم يمين و قسم شمال.

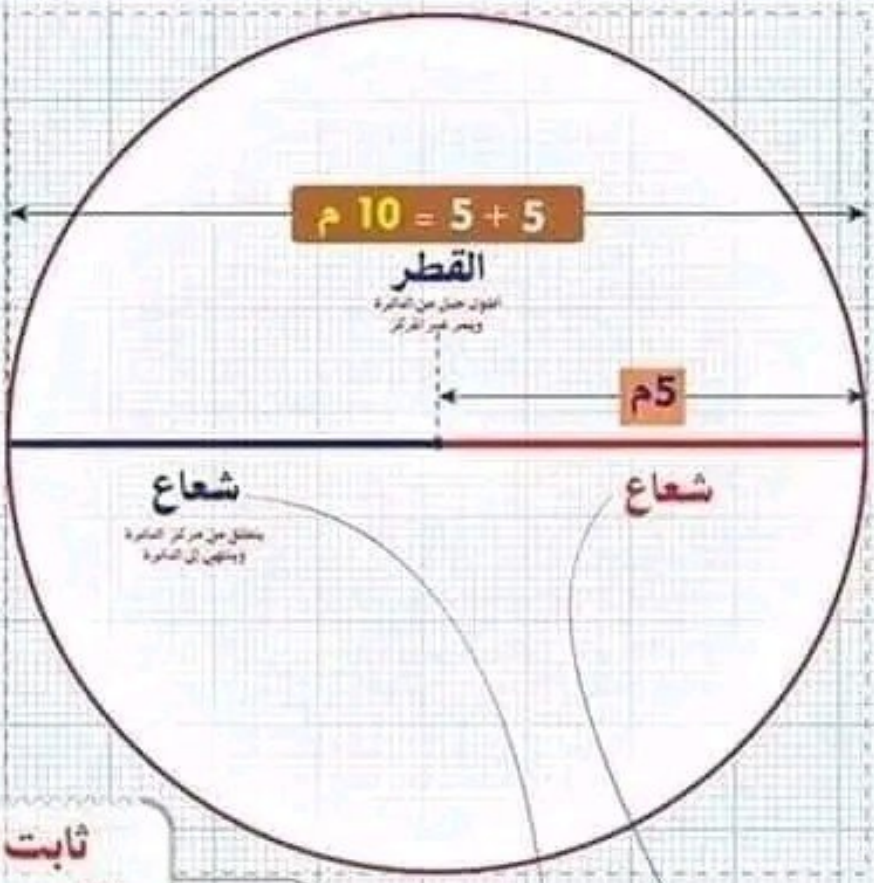
* نحدد نقطة على الشبكة بزوج من الأعـداد.

* يحدد العدد الأول موقعها على المحور الأفقي «يمين، شمال» ويحدد العدد الثاني موقعها على المحور العمـــــودي« أمام، وراء».



محيط القرص الدائري

الدائرة هي مجموع النقاط المتساوية البعد عن نقطة تسمى مركز الدائرة



ثابت الدائرة

Pi = 3.14 59265

المحيط

(شعاع + شعاع) x π

(5 + 5) x 3.14 = 10 x 3.14 = 31.4م

القطر x π

10 x 3.14 = 31.4م

القطر

المحيط : π

31.4 : 3.14 = 10 م

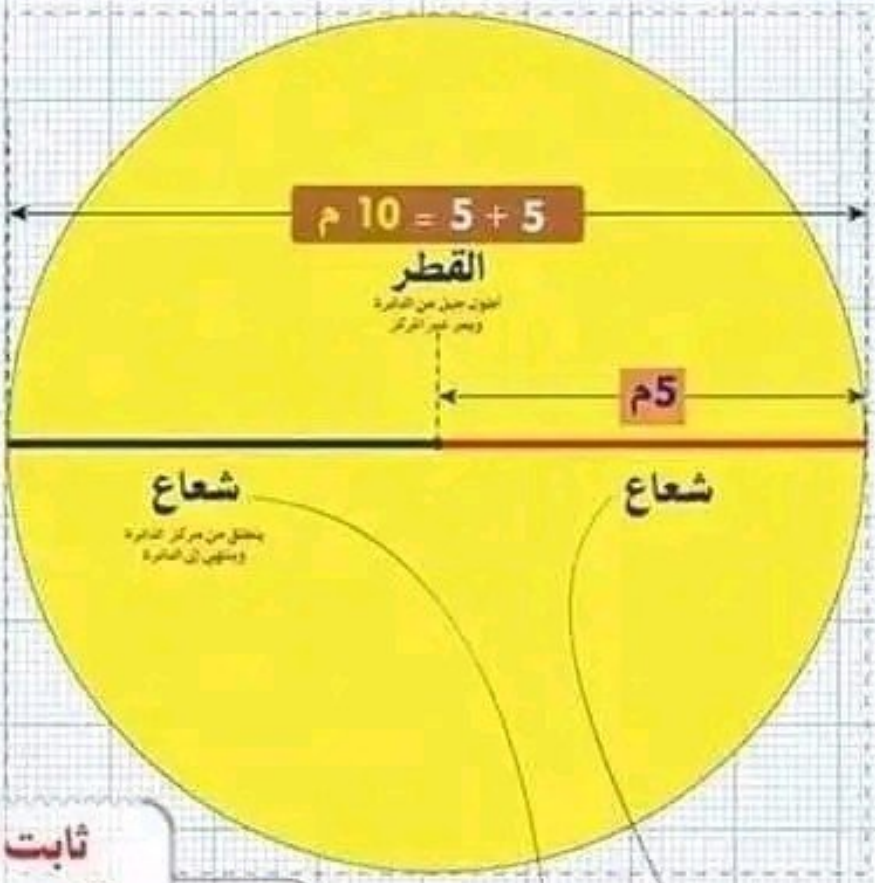
الشعاع

(المحيط : π) : 2

31.4 : 3.14 = 10 : 2 = 5م

مساحة القرص الدائري

الدائرة هي مجموع النقاط المتساوية البعد عن نقطة تسمى مركز الدائرة



ثابت الدائرة

Pi = 3.14 59265

المساحة .....

(شعاع × شعاع) × π

(5 × 5) × 3.14 = 25 × 3.14 = 78.5 م²

الشعاع .....

π : المساحة = (شعاع × شعاع)

78.5 : 3.14 = (شعاع × شعاع)

(... × ...) = 25

(5 × 5) = 25

قيس طول الشعاع = 5 م

إنجاز الأستاذ: صابر بنجدو

تمرين عدد 1

أنقل رقم السّؤال والحرف الموافق للمقترح السّليم في كلّ مرّة:

1)ليكن العدد $n = 583c2ba$ حيث a رقم آحاده و b رقم عشراته و c رقم آلافه.

عدد قيم n التي تقبل القسمة على 12 و 15 يساوي:

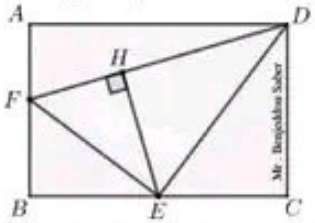
أ) 16 ب) 17 ج) 18

2) A و B نقطتان من مستقيم مدرّج بمعيّن (O,I) حيث $OI = 2$ و $x_A = 4 - \sqrt{2}$ و $x_B = \sqrt{3}$.

البعد AB يساوي:

أ) $4 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ ب) $\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4$ ج) $8 - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

3) $ABCD$ مستطيل حيث $AB = 16$ و $AD = 24$ ؛ E منتصف $[BC]$ و F نقطة من $[AB]$ حيث $AF = 7$ ؛ H المسقط العمودي لـ E على (FD). إذن EH يساوي:



أ) 11 ب) 12 ج) 13

تمرين عدد 2

نعتبر العددين الحقيقيّين:

$$a = \sqrt{75} - (4 + \sqrt{3})^2 + \sqrt{3}(4 + \sqrt{147}) \text{ و } b = 6 + \left(4 - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}\right)^2$$

1)أ) بيّن أنّ $a = 2 + \sqrt{3}$ ثمّ أحسب a^2.

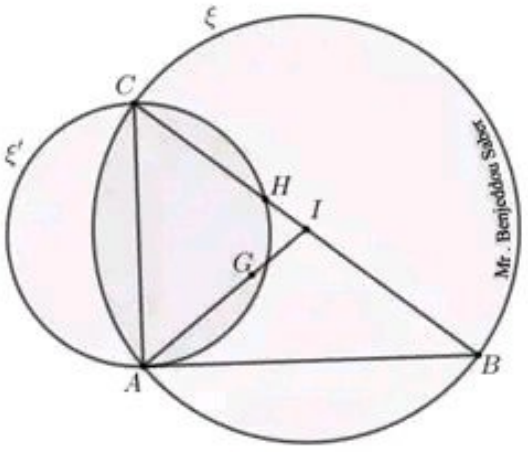
ب) بيّن أنّ $b = 13 - 4\sqrt{3}$.

ج) قارن a و b.

2)أ) بيّن أنّ $ab = \frac{1}{2}(5 + \sqrt{3})^2$.

ب) استنتج مقارنة لـ 13 و $4\sqrt{3}$.

3)في الرّسم التّالي، حيث وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر، لدينا:



- ξ هي الدّائرة المحيطة بالمثلّث ABC ومركزها I و ξ' دائرة قطرها $[AC]$ وتتقاطعان في A و C.

- G مركز ثقل المثلّث ABC حيث $AG = 5 - \sqrt{3}$.
- (BC) يقطع ξ' في نقطة ثانية H حيث $CH = a$.

أ) أحسب AI ثمّ بيّن أنّ $BH = b$.

ب) أحسب AH.

تمرين عدد 3

1)نعتبر العبارة $A = |x^2 - 4| - 3$ حيث x عدد حقيقي.

أ) أحسب القيمة العدديّة للعبارة A في حالة $x = \sqrt{7} - 1$.

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $|A| = 9$.

2)نعتبر العبارة $B = |x^2 + x - 6| - 3$ حيث x عدد حقيقي.

أ) أحسب القيمة العدديّة للعبارة B في حالة $x = \sqrt{7} - 1$.

ب) أنشر واختصر $(x + 3)(x - 2)$.

3)أ) فكّك العبارة $A - B$ إلى جذاء عوامل.

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $A - B = 0$.

تمرين عدد 4

وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر.

ليكن (O, I, J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث $OI = OJ = 1$ والنّقاط $A(1, -2)$ و $B(1,4)$ و $C(-2,4)$ و $D(-2, -2)$.

1)أ) بيّن أنّ $ABCD$ مستطيل.

ب) أحسب AB و AD.

2)(AD) يقطع (OJ) في نقطة M و (BD) يقطع (OJ) في نقطة N.

أ) أوجد إحداثيّات M.

ب) أحسب MN ثمّ استنتج أنّ إحداثيّات N هي الزّوج $(0,2)$.

3)(CN) يقطع (AB) و (AD) على التّوالي في P و E.

أ) بيّن أنّ $\frac{NB}{ND} = \frac{1}{2}$.

ب) استنتج أنّ A منتصف $[DE]$.

4)لتكن F مناظرة A بالنّسبة إلى O.

أ) أوجد إحداثيّات F ثمّ بيّن أنّ F منتصف $[OC]$.

ب) بيّن أنّ O هي مركز ثقل المثلّث CDE.

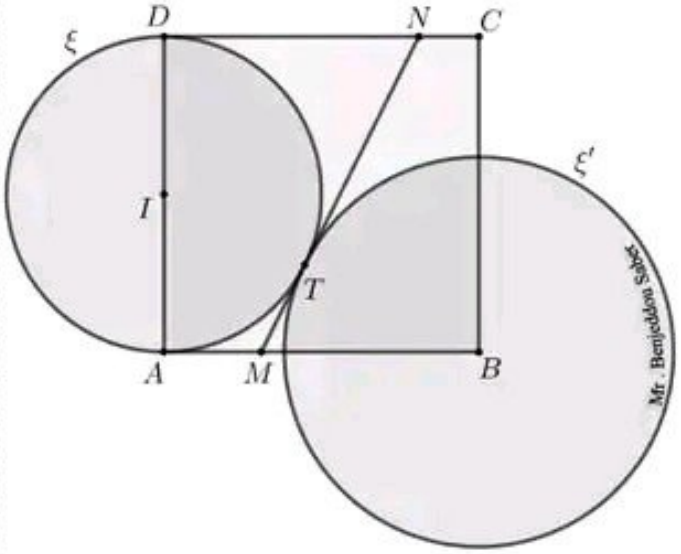
ج) استنتج أنّ النّقاط P و O و D على استقامة واحدة.

تمرين عدد 5

في الرّسم التّالي، حيث وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر، لدينا:

- $ABCD$ مربّع حيث $AB = 2\sqrt{5}$.
- ξ دائرة مركزها I و $[AD]$ قطر لها و ξ' دائرة مركزها B ومماسّة لِـ ξ في T.
- (MN) مستقيم مماس لِـ ξ و ξ' في T.

1)أ) بيّن أنّ النّقاط B و T و I على استقامة واحدة.



ب) أحسب BI و BT.

2)لتكن P المسقط العمودي لِـ N على (AB).

أ) بيّن أنّ $BCNP$ مستطيل.

ب) بيّن أنّ $A\hat{B}I = M\hat{N}P$.

ج) استنتج أنّ $MN = 5$.

3)لتكن H المسقط العمودي لِـ T على (AD).

أ) بيّن أنّ $TH = 2$.

ب) أحسب IH.

4)المستقيم المار من I والعمودي على (AD) يقطع (MN) في نقطة J.

أ) بيّن أنّ J منتصف $[MN]$.

ب) أحسب JT ثمّ IJ.

ج) استنتج أنّ المثلّث IMN قائم في I.

إنجاز الأستاذ: صابر بنجدو

تمرين عدد 1

1)ب) 17

2)ج) $8-2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

3)ب) 12

تمرين عدد 2

1)أ)

$$a=\sqrt{75}-\left(4+\sqrt{3}\right)^2+\sqrt{3}\left(4+\sqrt{147}\right)$$
$$=5\sqrt{3}-16-8\sqrt{3}-3+4\sqrt{3}+\sqrt{3}\times 7\sqrt{3}$$
$$=-19+\sqrt{3}+21$$
$$=2+\sqrt{3}$$

$$a^2=\left(2+\sqrt{3}\right)^2=4+4\sqrt{3}+3=7+4\sqrt{3}$$

ب)

$$b=6+\left(4-\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^2$$
$$=6+\left(4-\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}\right)^2$$
$$=6+\left(4-\left|2+\sqrt{3}\right|\right)^2$$
$$=6+\left(4-2-\sqrt{3}\right)^2$$
$$=6+\left(2-\sqrt{3}\right)^2$$
$$=6+4-4\sqrt{3}+3$$
$$=13-4\sqrt{3}$$

ج)

$$a-b=2+\sqrt{3}-13+4\sqrt{3}=5\sqrt{3}-11$$

$11^2=121$ و $\left(5\sqrt{3}\right)^2=75$

بما أنّ $5\sqrt{3}$ و 11 موجبان فإنّ $11 > 5\sqrt{3}$ ومنه $a < b$

2)أ) $ab = (2+\sqrt{3})(13-4\sqrt{3}) = 26 - 8\sqrt{3} + 13\sqrt{3} - 12$

$= 14 + 5\sqrt{3}$

$= \frac{1}{2}(28 + 10\sqrt{3})$

$= \frac{1}{2}\left(25 + 2\times 5\sqrt{3} + \sqrt{3}^2\right)$

$= \frac{1}{2}(5+\sqrt{3})^2$

ب) لنا $(2+\sqrt{3})(13-4\sqrt{3}) = \frac{1}{2}(5+\sqrt{3})^2$

بما أنّ $\frac{1}{2}(5+\sqrt{3})^2 > 0$ و $2+\sqrt{3} > 0$ فإنّ $13 - 4\sqrt{3} > 0$ ومنه $13 > 4\sqrt{3}$

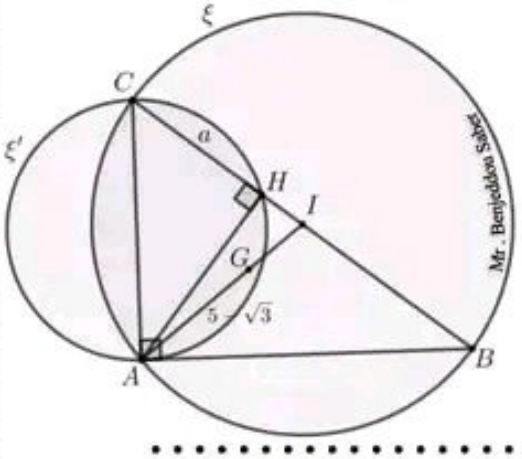
3)أ) بما أنّ النّقطة G هي مركز ثقل المثلّث ABC فإنّ $AI = \frac{3}{2}AG = \frac{3}{2}(5-\sqrt{3})$

الضّلع $[BC]$ للمثلّث ABC هو قطر للدّائرة ع المحيطة به، إذن ABC قائم في A

بما أنّ ABC مثلّث قائم في A و I منتصف وتره فإنّ $BC = 2AI$

ومنه $BH = BC - CH = 2\times\frac{3}{2}(5-\sqrt{3}) - 2 - \sqrt{3} = 13 - 4\sqrt{3} = b$

ب) المثلّث ACH قائم في H لأنّ ضلعه $[AC]$ يمثّل قطرا للدّائرة ع′ المحيطة به.



ABC مثلّث قائم في A و $[AH]$ ارتفاعه الصّادر من A

إذن $AH^2 = HB \times HC = ab$

ومنه $AH = \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2}(5+\sqrt{3})^2}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}|5+\sqrt{3}| = \frac{1}{\sqrt{2}}(5+\sqrt{3})$

تمرين عدد 3

1)أ) في حالة $x = \sqrt{7} - 1$ فإنّ $A = \left|(\sqrt{7}-1)^2 - 4\right| - 3$

$= |7 - 2\sqrt{7} + 1 - 4| - 3$

$$= |4 - 2\sqrt{7}| - 3$$

$$= 2\sqrt{7} - 4 - 3$$

$$= 2\sqrt{7} - 7$$

$4 - 2\sqrt{7} < 0$ لأنّ $4^2 = 16$ و $(2\sqrt{7})^2 = 28$ و 4 و $2\sqrt{7}$ موجبان

ب) لنا $|A| = 9$ يعني $A = 9$ أو $A = -9$

يعني $|x^2 - 4| - 3 = 9$ أو $|x^2 - 4| - 3 = -9$

يعني $|x^2 - 4| = 12$ أو $|x^2 - 4| = -6$ (لا يمكن)

يعني $x^2 - 4 = 12$ أو $x^2 - 4 = -12$

يعني $x^2 = 16$ أو $x^2 = -8$ (لا يمكن)

يعني $x = 4$ أو $x = -4$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-4; 4\}$$

2)أ) في حالة $x = \sqrt{7} - 1$ فإنّ $B = \left|(\sqrt{7} - 1)^2 + \sqrt{7} - 1 - 6\right| - 3$

$$= |7 - 2\sqrt{7} + 1 + \sqrt{7} - 1 - 6| - 3$$

$$= |1 - \sqrt{7}| - 3$$

$$= \sqrt{7} - 1 - 3$$

$$= \sqrt{7} - 4$$

ب) $(x - 2)(x + 3) = x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + x - 6$

3)أ) $A - B = |x^2 - 4| - 3 - |x^2 + x - 6| + 3$

$$= |(x - 2)(x + 2)| - |(x - 2)(x + 3)|$$

$$= |x - 2||x + 2| - |x - 2||x + 3|$$

$$= |x - 2|(|x + 2| - |x + 3|)$$

ب) لنا $A - B = 0$ يعني $|x - 2|(|x + 2| - |x + 3|) = 0$

يعني $|x - 2| = 0$ أو $|x + 2| - |x + 3| = 0$

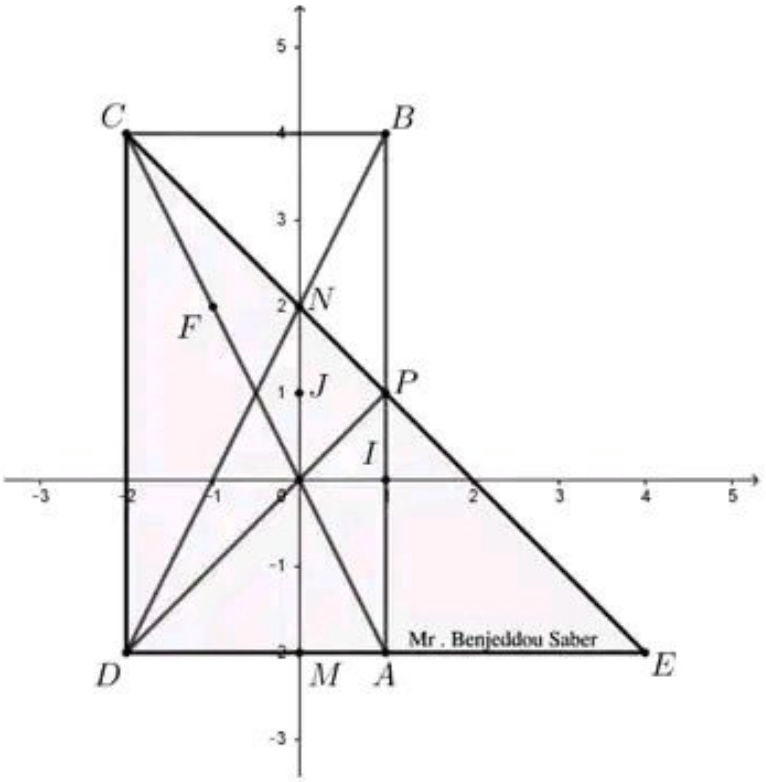
يعني $x - 2 = 0$ أو $|x + 2| = |x + 3|$

يعني $x = 2$ أو $x + 2 = x + 3$ أو $x + 2 = -x - 3$

يعني $2 = 3$ (لا يمكن) أو $x = 2$ أو $x = -\frac{5}{2}$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{2, -\frac{5}{2}\right\}$$

تمرين عدد 4



1)أ) لنا $x_A = x_B$ و $x_C = x_D$ إذن $(AB)//(OJ)$ و $(CD)//(OJ)$

لنا $y_A = y_D$ و $y_B = y_C$ إذن $(AD)//(OI)$ و $(BC)//(OI)$

وبما أنّ $(OJ) \perp (OI)$ فإنّ زوايا الرّباعي $ABCD$ قائمة

وبالتّالي فإنّ $ABCD$ مستطيل

ب) لنا $x_A = x_B$ إذن $AB = |y_B - y_A| \times OJ = |4 + 2| \times 1 = 6$

لنا $y_A = y_D$ إذن $AD = |x_D - x_A| \times OI = |-2 - 1| \times 1 = 3$

2)أ) لنا $M \in (OJ)$ إذن $x_M = 0$

و $M \in (AD)$ حيث $(AD)//(OI)$ إذن $y_M = y_A = -2$

ومنه $M(0, -2)$

ب) لنا $y_M = y_D$ إذن $DM = |x_M - x_D| \times OI = |0 + 2| \times 1 = 2$

في المثلّث ABD لنا $M \in (AD)$ و $N \in (BD)$ حيث $(MN)//(AB)$

إذن حسب مبرهنة طالس فإنّ $\frac{DM}{DA}=\frac{DN}{DB}=\frac{MN}{AB}$

يعني $\frac{DM}{DA}=\frac{MN}{AB}$ يعني $\frac{2}{3}=\frac{MN}{6}$ يعني $MN=\frac{2\times6}{3}=4$

لنا $MN=|y_N-y_M|\times OJ$ يعني $|y_N-y_M|=4$

يعني $|y_N+2|=4$

يعني $y_N+2=4$ أو $y_N+2=-4$

يعني $y_N=2$ أو $y_N=-6$

وبما أنّ $y_N>0$ فإنّ $y_N=2$

ومنه $N(0,2)$ لأنّ $N\in(OJ)$

3)أ) لنا A و M و D هي مساقط B و N و D وفقا لنفس المنحى على المستقيم (AD)

إذن $\frac{NB}{ND}=\frac{MA}{MD}$ يعني $\frac{NB}{ND}=\frac{AD-DM}{2}=\frac{1}{2}$

ب) في المثلّث DEN لنا $C\in(EN)$ و $B\in(DN)$ حيث $(BC)//(DE)$

إذن حسب مبرهنة طالس فإنّ $\frac{NB}{ND}=\frac{NC}{NE}=\frac{BC}{DE}$

يعني $\frac{NB}{ND}=\frac{BC}{DE}$ يعني $\frac{BC}{DE}=\frac{1}{2}$ يعني $DE=2BC=2AD$

وبما أنّ النّقاط E و A و D على استقامة واحدة فإنّ A منتصف $[DE]$

4)أ) لنا F مناظرة A بالنّسبة إلى O إذن $x_F=-x_A=-1$ و $y_F=-y_A=2$

ومنه $F(-1,2)$

لنا $x_F=-1=\frac{0-2}{2}=\frac{x_O+x_C}{2}$ و $y_F=2=\frac{0+4}{2}=\frac{y_O+y_C}{2}$ إذن F منتصف $[OC]$

ب) لنا O منتصف $[AF]$ و F منتصف $[OC]$ إذن A و O و F و C على استقامة واحدة

و $CO=\frac{2}{3}AC$

$[CA]$ هو الموسّط الصّادر من C للمثلّث CDE و O نقطة من $[CA]$ حيث $CO=\frac{2}{3}AC$

إذن النّقطة O هي مركز ثقل المثلّث CDE

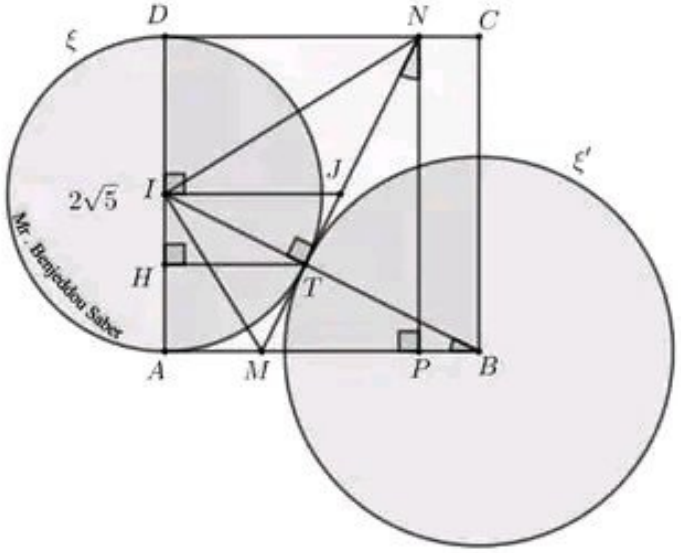
ج) في المثلّث DEC لنا A منتصف $[DE]$ و P نقطة من $[EC]$ حيث $(AP)//(DC)$

إذن P منتصف $[EC]$

$[DP]$ هو الموسّط الصّادر من D للمثلّث CDE و O هي مركز ثقله

إذن النّقاط P و O و D على استقامة واحدة

تمرين عدد 5



1)أ) لنا (MN) مماس لـ ξ في T إذن $(TB) \perp (MN)$

و (MN) مماس لـ ξ' في T إذن $(TI) \perp (MN)$

ومنه $(TB)//(TI)$ و T نقطة مشتركة بينهما

وبالتّالي فإنّ أنّ النّقاط B و T و I على استقامة واحدة

ب) ABI مثلّث قائم في A إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ:

$$BI^2 = AB^2 + AI^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 25$$

$$BI = \sqrt{25} = 5 \text{ إذن}$$

$$BT = BI - IT = 5 - \sqrt{5}$$

2)أ) لنا $N\hat{C}B = C\hat{B}P = B\hat{P}N = 90°$ إذن CNP مستطيل

ب) في المثلّث MBT القائم في T لنا $A\hat{B}I = M\hat{B}T = 180° - \left(M\hat{T}B + T\hat{M}B\right)$

$$= 180° - 90° - T\hat{M}B$$

$$= 90° - T\hat{M}B$$

في المثلّث MPN القائم في P لنا $M\hat{N}P = 180° - \left(M\hat{P}N + N\hat{M}P\right)$

$= 180° - 90° - N\hat{M}P$

$= 90° - T\hat{M}B$

إذن $A\hat{B}I = M\hat{N}P$.

ج) في المثلّثين MNP و ABI لنا:

$AB = PN$ و $A\hat{B}I = M\hat{N}P$ و $I\hat{A}B = M\hat{P}N$

إذن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلّثات العامّة فإنّ المثلّثين MNP و ABI متقايسان

وينتج عن ذلك تقايس بقيّة العناصر النّظيرة مثنى مثنى

ومنه $MN = NI = 5$

3)أ) في المثلّث ABI لنا $H \in (IA)$ و $T \in (IB)$ حيث $(AB)//(HT)$ (يعامدان (AI))

إذن حسب مبرهنة طالس فإنّ: $\frac{IH}{IA} = \frac{IT}{IB} = \frac{HT}{AB}$

يعني $\frac{IT}{IB} = \frac{HT}{AB}$ يعني $\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{HT}{2\sqrt{5}}$ يعني $TH = \frac{\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}}{5} = 2$

ب) لنا $\frac{IH}{IA} = \frac{HT}{AB}$ يعني $\frac{IH}{\sqrt{5}} = \frac{2}{2\sqrt{5}}$ يعني $IH = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 1$

4)أ) لنا N و J و M هي مساقط D و I و A على التّوالي على (MN) وفقا لنفس المنحى

بما أنّ I منتصف $[AD]$ فإنّ J منتصف $[MN]$

ب) لنا J و T و M هي مساقط I و H و A على التّوالي على (MJ) وفقا لنفس المنحى

إذن $\frac{IH}{IA} = \frac{JT}{JM}$ يعني $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{JT}{\frac{5}{2}}$ يعني $JT = \frac{\sqrt{5}}{2}$

المثلّث IJT قائم في T إذن حسب نظريّة بيتاغور فإنّ: $IJ^2 = JT^2 + IT^2$

$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2$

$= \frac{25}{4}$

إذن $IJ = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

ج) في المثلّث IMN لنا J منتصف $[MN]$ و $JI = JM = JN$

إذن المثلّث IMN قائم في I

الجمهورية التونسية *** وزارة التربية	امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام		
	دورة 2021		
	الاختبار: الرياضيات	الحصّة: ساعتان	ضارب الاختبار: 2

التمرين الأوّل : (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاثة مقترحات للإجابة، أحدها فقط صحيح.
أنقل، في كلّ مرّة، على ورقة تحريرك رقم السّؤال والإجابة الصّحيحة الموافقة له.

1) إذا كان $a=\sqrt{3}(\sqrt{3}-4)+|1-3\sqrt{3}|$ فإنّ :

أ) $a=2-\sqrt{3}$ ب) $a=3\sqrt{3}-2$ ج) $a=4-7\sqrt{3}$

2) ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث $OI=OJ=1$
نعتبر النّقطتين $A(0,\sqrt{3})$ و $B(0,-\sqrt{3})$، لدينا :

أ) $AB=0$ ب) $AB=3$ ج) $AB=2\sqrt{3}$

3) العدد 11111111^2-16 يقبل القسمة على :

أ) 9 ب) 12 ج) 15

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين $a=\dfrac{12-\sqrt{63}}{9}$ و $b=\dfrac{16+\sqrt{112}}{12}$

1) أ) بيّن أنّ $a=\dfrac{4-\sqrt{7}}{3}$ و $b=\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}$

ب) بيّن أنّ a هو مقلوب b واستنتج علامة العدد a

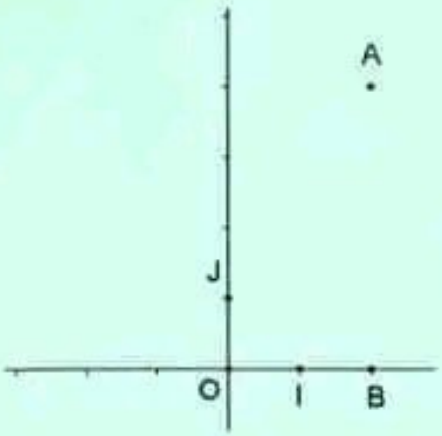
ج) بيّن أنّ $a<1<b$

2) أ) تحقّق أنّ $\dfrac{a}{a-1}+\dfrac{b}{b-1}=\dfrac{4-\sqrt{7}}{1-\sqrt{7}}+\dfrac{4+\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$

ب) بيّن أنّ $\dfrac{a}{a-1}+\dfrac{b}{b-1}=\dfrac{2ab-(a+b)}{ab-(a+b)+1}$

ج) استنتج أنّ $\dfrac{4-\sqrt{7}}{1-\sqrt{7}}+\dfrac{4+\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$ عدد صحيح طبيعي.

التمرين الثالث : (5,5 نقاط) **(وحدة قيس الطّول هي الصنتمتر).**



ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث : $OI=OJ=1$
نعتبر النّقطتين $A(2,4)$ و $B(2,0)$ من المستوي.

1) أ) بيّن أنّ المثلّث OAB قائم الزّاوية في B

ب) بيّن أنّ $OA=2\sqrt{5}$

2) لتكن النّقطة C مناظرة النّقطة B بالنّسبة إلى النّقطة O
و K نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (OJ)

أ) حدّد إحداثيات النّقطة C

ب) بيّن أنّ K منتصف $[AC]$

ج) استنتج إحداثيات النّقطة K

3) المستقيم (BJ) يقطع المستقيم (OA) في نقطة M

أ) بيّن أن $BJ=\sqrt{5}$

ب) بيّن أن $\frac{MJ}{MB}=\frac{MO}{MA}=\frac{1}{4}$

ج) بيّن أن $MO=\frac{1}{5}OA$ و $MB=\frac{4}{5}BJ$

د) أحسب MO و MB ثم بيّن أن المثلث OMB قائم الزّاوية في النّقطة M

4) لتكن H المسقط العمودي للنّقطة M على (OB)

أ) بيّن أن $MH=\frac{4}{5}$

ب) أحسب OH

ج) استنتج احداثيات النّقطة M

التّمرين الرابع : (4 نقاط)

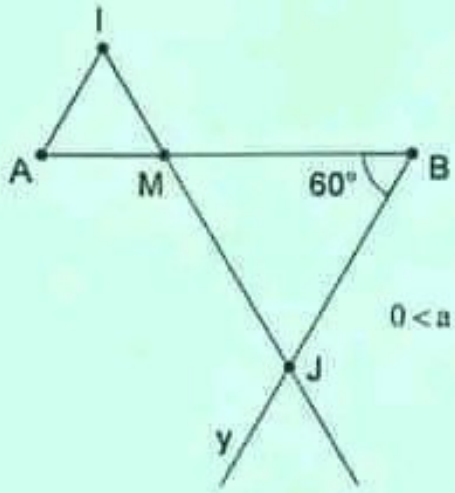
نعتبر العبارة $E=3x^2-40x+100$ حيث x عدد حقيقي.

1) أ) أحسب القيمة العدديّة لـ E في الحالة $x=\frac{10}{3}$

ب) بيّن أن $E=(3x-10)(x-10)$

ج) استنتج مجموعة الأعداد الحقيقيّة x حيث $E=0$

2) **(وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر).** في الرّسم المقابل لدينا :



- $[AB]$ قطعة مستقيم حيث $AB=5$
- M نقطة من $[AB]$ مختلفة عن A و B حيث $AM=a$ و a عدد حقيقي و $0<a<5$
- I نقطة من المستوي حيث MAI مثلّث متقايس الأضلاع.
- $[By)$ نصف مستقيم حيث $\widehat{ABy}=60°$
- J نقطة تقاطع (IM) و $[By)$

أ) بيّن أنّ المثلّث MBJ متقايس الأضلاع.

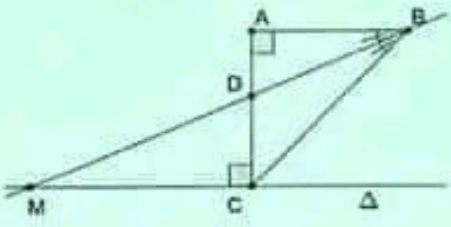
ب) ليكن S_1 قيس مساحة المثلّث MAI و S_2 قيس مساحة المثلّث MBJ

أحسب S_1 و S_2 بدلالة a ثم بيّن أن $4S_2-S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}(3a^2-40a+100)$

ج) استنتج a علما أن $\frac{S_2}{S_1}=\frac{1}{4}$

التّمرين الخامس : (3,5 نقاط) (وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر).

نعتبر الرّسم التّالي حيث :



- ABC مثلّث متقايس الضّلعين وقائم الزّاوية في A و $AB=AC=2$
- Δ المستقيم المار من C والعمودي على (AC)
- منصّف الزّاوية $\widehat{ABC}$ يقطع (AC) في نقطة D ويقطع Δ في نقطة M

1) أ) بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (MC) متوازيان.

ب) استنتج أن $\frac{DB}{DM}=\frac{DA}{DC}=\frac{BA}{MC}$

2) أ) بيّن أن $\widehat{ABM}=\widehat{CMB}$ واستنتج أنّ المثلّث BCM متقايس الضّلعين.

ب) بيّن إذن أن $\frac{DA}{DC}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

3) بيّن أن $DA=2(\sqrt{2}-1)$

الجزء

الحساب :

القسمة على 2 – 5 – 3 – 9 – 4 – 25 – 8 :

القسمة على 2 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 2 إذا كان رقم آحاده زوجيا (0 – 2 – 4 – 6 – 8)

✓ باقي قسمة عدد على 2 هو باقي قسمة رقم آحاده على 2

✓ باقي قسمة كل عدد على 2 يكون 0 أو 1 فإن كل عدد يُكتب على صورة $2n$ (زوجي) أو $2p+1$ (فردي)

✓ 9782 , 56 , 7630 , 768 , 324

✓ 165987 | 2 → 7 | 2 ; 1

✓ $24 = 2 \times 12$
$37 = 2 \times 18 + 1$

القسمة على 5 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 5 إذا كان رقم آحاده 0 أو 5

✓ باقي قسمة عدد على 5 هو باقي قسمة رقم آحاده على 5

✓ باقي قسمة عدد على 5 يساوي 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4 فإن كل أعداد متتالية تُكتب على شكل $5n$ أو $5n+1$ أو $5n+2$ أو $5n+3$ أو $5n+4$

✓ 4367543875 , 6753890

✓ 657439 | 5 → 9 | 5 ; 4

✓ $50 = 5 \times 10$; $51 = 5 \times 10 + 1$
$52 = 5 \times 10 + 2$; $53 = 5 \times 10 + 3$
$54 = 5 \times 10 + 4$

القسمة على 3 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه S من مضاعفات 3

✓ باقي قسمة عدد على 3 هو باقي قسمة مجموع أرقامه S على 3

✓ بما أن باقي قسمة كل عدد على 3 سيكون 0 أو 1 أو 2 فإن كل عدد يُكتب على شكل $3n$ أو $3p+1$ أو $3m+2$

✓ 507921 ; $S = 24$

✓ 960313 | 3 → 22 | 3 ; 1 ; $(S = 22)$

✓ $30 = 3 \times 10$
$52 = 3 \times 17 + 1$
$65 = 3 \times 21 + 2$

القسمة على 9 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه S من مضاعفات 9

✓ باقي قسمة عدد على 9 هو باقي قسمة مجموع أرقامه S على 9

✓ 50832 ; $S = 18$

✓ 520654 | 9 → 22 | 9 ; 4 ; $(S = 22)$

القسمة على 4 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته يقبل القسمة على 4

✓ باقي قسمة عدد على 4 هو باقي قسمة العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته على 4

✓ 5374372 ; 72 | 4 ; 0

✓ 86327 | 4 → 27 | 4 ; 3

القسمة على 25 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته هو 00 ، 25 ، 50 أو 75

✓ باقي قسمة عدد على 25 هو باقي قسمة العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته على 25

✓ 76500 , 764325 , 9850 , 32475

✓ 43289 | 25 → 89 | 25 ; 14

القسمة على 8 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 8 إذا كان العدد المتكون من أرقام آحاده و عشراته و مئاته يقبل القسمة على 8

✓ باقي قسمة عدد على 8 هو باقي قسمة العدد المتكون من أرقام آحاده و عشراته و مئاته على 8

✓ 956432 — $432 \mid 8$, $0 \mid 54$

✓ 17479 — $8 \mid$ → $479 \mid 8$, $6 \mid$

الأعداد الأولية :

الأعداد الأولية :

✓ يكون العدد أوليا إذا كان له قاسمين فقط هما 1 و نفسه .

✓ كل عدد أولي هو جذاء لواحد و نفسه

✓ الأعداد الأولية الأصغر من 100 هي :

2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29 –
31 – 37 – 41 – 43 – 47 – 53 – 59 – 61 – 67 –
71 – 73 – 79 – 83 – 89 – 97

✓ العدد الأولي الزوجي الوحيد هو 2

✓ يكون العدد الأكبر من 100 أوليا إذا كان لا يقبل القسمة على الأعداد الأولية الأصغر منه (لكتفي بالتثبت عندما يكون خارج قسمته أصغر من القاسم)

✓ إذا كان عدد يقبل القسمة على عددين أوليين فهو يقبل القسمة على جذائهما

$D_7 = \{1; 7\}$
$7 = 1 \times 7$

$101 \mid 2$, $50 \mid$, $1 \mid$

$101 \mid 3$, $33 \mid$, $2 \mid$

$101 \mid 5$, $20 \mid$, $1 \mid$

$101 \mid 7$, $14 \mid$, $3 \mid$

$101 \mid 11$, $9 \mid$, $2 \mid$ أقل

101 عدد أولي

$165 \mid 3$, $55 \mid$, $0 \mid$

$165 \mid 11$, $15 \mid$, $0 \mid$

$165 \mid 33$, $5 \mid$, $0 \mid$

التفكيك إلى جذاء عوامل أولية :

✓ لكل عدد غير أولي مخالف لصفر و واحد تفكيك إلى جذاء عوامل أولية

✓ يمكن حساب مجهول باستعمال التفكيك إلى جذاء عوامل أولية

✓ العوامل الأولية لقوى 10 هي 2 و 5

✓ $20 = 2^2 \times 5^1$

$20 \mid 2$, $10 \mid 2$, $5 \mid 5$, $1 \mid$

✓ $x^3 = 125 = 5^3$
$x = 5$

$125 \mid 5$, $25 \mid 5$, $5 \mid 5$, $1 \mid$

✓ $2^x = 8 = 2^3$
$x = 3$

$8 \mid 2$, $4 \mid 2$, $2 \mid 2$, $1 \mid$

✓ $1000 = 2^3 \times 5^3$

قواسم عدد D_a :

✓ لكل عدد قواسم مخالفة للصفر

✓ يمكن ايجاد قواسم عدد باستعمال جدول " بيتاغور " للضرب

✓ يمكن ايجاد قواسم عدد باستعمال التفكيك إلى جذاء

✓

$20 = 2^2 \times 5^1$
$1 = 2^0 \quad 5^0 = 1$
$2 = 2^1 \quad 5^1 = 5$
$4 = 2^2$

×	1	2	4
1	1	2	4
5	5	10	20

$D_{20} = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$

✓ $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$
$D_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

عدد قواسم عدد مضبوط :

إذا كان $a^n \times b^k$ هو تفكيك إلى جذاء عوامل أولية لـ x فإن عدد قواسمها يساوي $(n+1)(k+1)$

$20 = 2^2 \times 5^1$

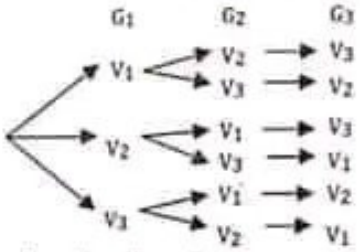
عدد قواسم 20 يساوي $(2+1)(1+1) = 6$

القاسم المشترك الأكبر : ق . م . أ ✓ ق . م . أ (a و b) هو أكبر عنصر في المجموعة $D_a \cap D_b$ ✓ $D_a \cap D_b = D_{ق.م}$ ✓ ق . م . أ (a و b) هو جذاء العوامل الأولية المشتركة ذات الأصغر دليل ✓ إذا كان ليست هناك عوامل مشتركة فإن 1 = ق . م . أ (a و b) " نقول ان a و b أوليان فيما بينهما " ✓ إذا كان a يقسم b فإن a = ق.م.أ(a و b)	✓ $D_{18} = \{1;2;3;6;9;18\}$ $D_{24} = \{1;2;3;4;6;8;12;24\}$ $D_{18} \cap D_{24} = \{1;2;3;6\}$ (24 ;18) أ.م.ق = 6 ✓ $D_{18} \cap D_{24} = D_6$ ✓ $18 = 2^1 \times 3^2$ $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ (60 ;18) أ.م.ق $= 2^1 \times 3^1 = 6$ ✓ $14 = 2^1 \times 7^1$ $15 = 3^1 \times 5^1$ (15 ;14) أ.م.ق = 1 ✓ (20:10)أ.م.ق = 10
المضاعف المشترك الأصغر : م . م . أ ✓ مضاعفات a هي $M_a = \{0; a; 2a; \dots\}$ ✓ م.م.أ (a و b) هو أصغر عنصر مخالف للصفر في المجموعة $M_a \cap M_b$ ✓ $M_a \cap M_b = M_{م.م}$ ✓ م.م.أ (a و b) هو جذاء العوامل المشتركة والغير مشتركة ذات الأكبر دليل ✓ إذا كان ليست هناك عوامل مشتركة فإن ab = م . م . أ (a و b) ✓ إذا كان a يقسم b فإن b = م.م.أ (a و b)	✓ $M_4 = \{0;4;8;12;16;20;24;28;\dots\}$ $M_6 = \{0;6;12;18;24;30;36;\dots\}$ $M_4 \cap M_6 = \{0;12;24;\dots\}$ ✓ (6 ;4) أ.م.م = 12 ✓ $M_4 \cap M_6 = M_{12}$ ✓ $18 = 2^1 \times 3^2$; $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ (60 ;18) أ.م.م $= 2^2 \times 3^2 \times 5^1 = 180$ ✓ $14 = 2^1 \times 7^1$; $15 = 3^1 \times 5^1$ (15 ;14) أ.م.م $= 14 \times 15 = 210$ ✓ (20:10)أ.م.م = 20
خاصية مميزة : ab = ق . م . أ(a و b) × م . م . أ(a و b) " جذاء الطرفين يساوي جذاء الوسطين "	(60 ;18) أ.م.ق = 6 (60 ;18) أ.م.م = 180 $18 \times 60 = 6 \times 180$ 180 / 60 / 18 / 6

قابلية القسمة على 6 – 12 – 15 :

الخاصيات	المثال
القسمة على 6 : يكون العدد قابلا للقسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 و 3 في نفس الوقت	75912
القسمة على 12 : يكون العدد قابلا للقسمة على 12 إذا كان يقبل القسمة على 3 و4 في نفس الوقت	92532
القسمة على 15 : يكون العدد قابلا للقسمة على 15 إذا كان يقبل القسمة على 3 و5 في نفس الوقت	117405
قسمة أعداد مأتية قوى : نفكك العدد إلى جذاء عوامل	$2^{2015} + 2^{2012}$ $= 2^{2012} \times 2^3 + 2^{2012} \times 1$ $= 2^{2012} \times (2^3 + 1)$ $= 2^{2012} \times 9$ إذن العدد يقبل القسمة على 9
قسمة أعداد معمولة : نفكك العدد إلى جذاء عوامل	$3n + 6 = 3n + 3 \times 2$ $= 3(n + 2)$ إذن العدد يقبل القسمة على 3

التعداد :

الخاصيات	المثال
عدد إمكانيات وضعية ،	✓ وضع 3 سيارات في 3 مستودعات
لحساب عدد إمكانيات وضعية :	
✓ نرسم شجرة اختيار	$3 \times 2 \times 1 = 6$
✓ نرسم جدولا	✓ رمي حجر النرد مرتين متتاليتين
	36 إمكانية
المعيد العشوائي ،	
بكيس 3 كويرات كتب عليها a ، b و c	
✓ السحب المتتالي مع الإرجاع :	
✓ السحب المتتالي دون إرجاع :	
(نؤخذ بعين الاعتبار الترتيب فيهما)	
✓ السحب المتزامن :	

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

	a	b	c
a	a,a	a,b	a,c
b	b,a	b,b	b,c
c	c,a	c,b	c,c

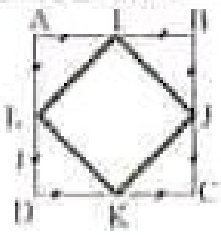
9 إمكانيات

	a	b	c
a		a,b	a,c
b	b,a		b,c
c	c,a	c,b	

6 إمكانيات

	a	b	c
a		a,b	a,c
b			b,c
c			

3 إمكانيات

✓ $\frac{3}{11} = 0,272727\ldots = 0,\underline{27}$ ✓ $-\frac{11}{7} = -1,571428$ ✓ $\frac{13}{5} = 2,60000\ldots = 2,6\underline{0}$ ✓ $-5 = -5,000\ldots = -5,\underline{0}$	✓ كل عدد عشري دوري يكتب على شكل كسر ✓ كل عدد كسري هو عدد دوري و كل عدد دوري يمثل عددا كسريا ✓ إذا كان الكسر غير عشري ، الدور مخالف للصفر و إذا كان الكسر عددا عشريا ، الدور يساوي صفرا و لا يكون مباشرة بعد الفاصل ✓ دور العدد الصحيح يساوي صفرا و يكون مباشرة بعد الفاصل
$2,54\underline{8169} = 2,548169\,8169\,8169\ldots$ $1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9\,10\,11\ldots$ $2,5\ 4\ \underline{8\ 1\ 6\ 9}$ $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6$ $7\ 8\ 9\ 10$ $11\ 12\ 13\ 14$ $15\ 16\ 17\ 18$ $r = 3\ 0\ 1\ 2$ $2015 \mid 4$ $\quad 503$ $3 \mid$	✓ دور هذا العدد يتكون من 4 أرقام ✓ باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الأول من اليسار يساوي 3 ✓ باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الثاني من اليسار يساوي 0 ✓ باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الثالث من اليسار يساوي 1 ✓ باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الرابع من اليسار يساوي 2 ✓ باقي القسمة لـ 2015 على 4 يساوي 3 إذن العدد 2015 سيكون في الصف الأول من اليسار ويمثله الرقم من الدور الذي رتبته 2015 بعد الفاصل هو 8
$5,12345678910111213\ldots$ $-3,151151115111115\ldots$	✓ كل عدد لا تتكرر فيه الأرقام بصفة منتظمة في كتابته بالفاصل يسمى عددا غير دوري أو عددا أصم ✓ نرمز لمجموعة الأعداد الصماء بـ $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ ولدينا $-1,3 \cup 1,3 = \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$: أعداد صماء موجبة وسالبة
$1,4 \times 1,4 = 1,96$ $1,41 \times 1,41 = 1,98$ $1,42 \times 1,42 = 2,016$ $1,414 \times 1,414 = 1,999$ $1,415 \times 1,415 = 2,002$ $\sqrt{2}$ 2	طول ضلع مربع مساحته 2 هو العدد الأصم ...1,41421356 ونرمز له بـ $\sqrt{2}$
 $S_{IJKL} = S_{ABCD} - 4S_{AIL}$ $= 4 - 4 \times 0,5$ $= 2$	✓ المربع ABCD طول ضلعه يساوي 2 ✓ المثلثات الأربع متقايسة و بتطابق العناصر المتتالية نستنتج أن IJKL مربع مساحته 2 (يعين له زاوية قائمة) ✓ مربع مساحته 2 هو جزء من مربع كامل ✓ $\sqrt{2}$ هو طول ضلع مربع مساحته 2 وطول وتر مثلث قائم طول ضلعيه 1 و 1

مصدر و رموز بعض الأعداد الصماء :

✓ طول ضلع مربع مساحته 5 هو العدد الأصم (الغير دوري)

$\sqrt{5} = 2,2\ldots$

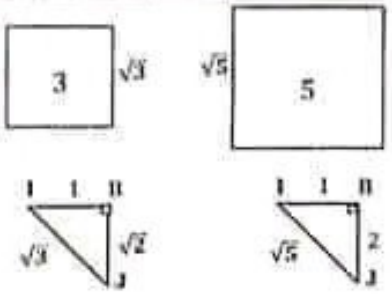
✓ $\sqrt{5}$ هو طول وتر مثلث قائم ضلعاه 1 و $\sqrt{4} = 2$

✓ طول ضلع مربع مساحته 3 هو العدد الأصم (الغير دوري)

$\sqrt{3} = 1,7\ldots$

✓ $\sqrt{3}$ هو طول وتر مثلث قائم ضلعاه 1 و $\sqrt{2}$

✓ نرمز للعدد ... 3,14159265 بـ π



القيمة التقريبية لبعض الأعداد الصماء :

$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

1,4 : قيمة تقريبية بالنقصان لـ $\sqrt{2}$

1,5 : قيمة تقريبية بالزيادة لـ $\sqrt{2}$

مربع كامل	أصم
$\sqrt{0} = 0$	
$\sqrt{1} = 1$	
	$\sqrt{2} = 1,4\ldots$
	$\sqrt{3} = 1,7\ldots$
$\sqrt{4} = 2$	
	$\sqrt{5} = 2,2\ldots$
	$\sqrt{6} = 2,4\ldots$
	$\sqrt{7} = 2,6\ldots$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{8} = 2,8\ldots$
	$\sqrt{10} = 3,1\ldots$
$\sqrt{64} = 8$	
	$\sqrt{65} = 8,\ldots$
	$\pi = 3,1415\ldots$

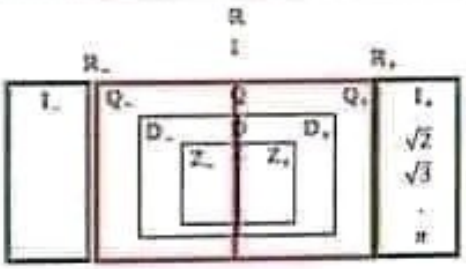
الأعداد الحقيقية :

✓ اتحاد مجموعة الأعداد الصماء $\mathbb{I}$ (الغير دورية) ومجموعة الأعداد الكسرية $\mathbb{Q}$ (الدورية) هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ و نكتب $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ ولنا $\mathbb{Q}_- \cup \mathbb{I}_- = \mathbb{R}_-$ و $\mathbb{Q}_+ \cup \mathbb{I}_+ = \mathbb{R}_+$

✓ ليس كل عدد يحتوي على الرمز $\sqrt{\ }$ هو عدد أصم بل $\sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$ هو عدد كسري

✓ كل عدد (صحيح ، عشري ، كسري ، أصم) هو حقيقي

✓ الكتابة $\sqrt{-5}$ ليس لها معنى



$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}_+ \cup \mathbb{R}_- \ ; \ \mathbb{R}_+ \cap \mathbb{R}_- = \{0\}$

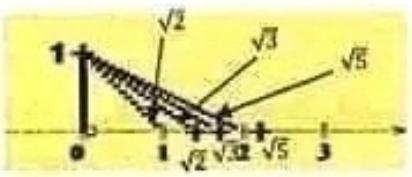
$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset \ : \ \mathbb{I}_- \cap \mathbb{I}_+ = \emptyset$

$\sqrt{2} \in \mathbb{I} \ : \ \sqrt{2} \in \mathbb{Q} \ : \ \sqrt{2} \in \mathbb{R}$

$-\sqrt{0,04} \in \mathbb{D} \ : \ 3 \in \mathbb{I} \ : \ -\pi \in \mathbb{I}$

تعيين عدد أصم على مستقيم مدرج :

نقيس الوتر بالبركار و نضع شوكته في الصفر ثم نعين العدد



العمليات في $\mathbb{R}$

الجبر

الجمع و الطرح :

الخاصيات	المثال
العمليات في مجموعة الأعداد الدورية :	✓ $1,\underline{3}+5,\underline{4}=6,\underline{7}$ ✓ $0,\underline{2}-4,\underline{8}=-4,\underline{6}$ ✓ $-3\times 1,\underline{5}=-4,\underline{5}$
خاصيات التعامل مع الأعداد الدورية هي نفسها مع الأعداد الكسرية	✓ ($x\in\mathbb{N}$) $x,\underline{9}=x+1$; $3,\underline{9}=4$ $-x,\underline{9}=-x-1$; $-2,\underline{9}=-3$
الأعداد الصماء الموجبة : (صماء - جذرية)	✓ $3+\sqrt{2}$; $-3,5+\sqrt{6}$; $-\frac{1}{2}-\sqrt{2}$; $3\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{5}}{2}$; $\frac{3+\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$
✓ لا يمكن اختصار عملية لعدد أصم وعدد كسري فنحصل على أعداد صماء مركبة	✓ • $1\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$ • $0\times(-\sqrt{2})=0$ • $5\times\frac{\sqrt{3}}{5}=\sqrt{3}$; $\frac{2}{5}\times\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$ • $\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}=\sqrt{2}\times\frac{3}{\sqrt{2}}=3$
✓ يمكن في بعض الحالات اختزال جذاء أوقسمة لعدد كسري وعدد أصم	
الأعداد الصماء الموجبة : (صماء - صماء)	✓ $\sqrt{2}+\sqrt{3}$; $-2\sqrt{7}-\sqrt{5}$
✓ لا يمكن اختصار مجموع وفرق لأعداد صماء مختلفة	✓ • $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{2}(1+1+1)$ $=3\sqrt{2}$
✓ يمكن اختصار مجموع أوفرق لأعداد صماء متماثلة	• $-2\sqrt{11}-3\sqrt{11}=-5\sqrt{11}$ • $\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{6}-\frac{3\sqrt{5}}{6}=-\frac{\sqrt{5}}{6}$ • $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{6}+\frac{2\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$
جمع و طرح الأعداد الحقيقية :	$1-\left[-\sqrt{2}+(-\pi+2)\right]-(2\sqrt{2}-\pi)$ $=1-\left[-\sqrt{2}-\pi+2\right]-2\sqrt{2}+\pi$ $=1+\sqrt{2}+\pi-2-2\sqrt{2}+\pi$ $=1-2+\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\pi+\pi$ $=-1-\sqrt{2}+2\pi$
خاصيات الجمع و الطرح في $\mathbb{R}$ هي نفسها في $\mathbb{Q}$: التبديلية و التجميعية و العنصر المحايد و نزع الأقواس و المقفات المسبوقة بعلامتي " + " و " - "	
المقابل :	✓ $-(+\sqrt{2})=-\sqrt{2}$ $-(-\sqrt{2})=+\sqrt{2}$
✓ لكل عدد حقيقي a مقابل نرمز له بـ $-a$ ولنا مجموع عدد حقيقي ومقابله يساوي صفرا $a+(-a)=0$	✓ $-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=(\sqrt{2}-\sqrt{3})$
✓ مقابل $(a-b)$ هو $(b-a)$ ونكتب $-(a-b)=(b-a)$	✓ $(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ $=\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ $=-\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}$ $=0$
✓ عددان حقيقيان x و y متقابلان يعني مجموعهما يساوي صفرا : $x+y=0$	
حساب مجهول :	$-2x+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ $-2x=2\sqrt{2}-\sqrt{2}$ $-2x=\sqrt{2}$ $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$
نضع المجهول على اليسار و المعلوم على اليمين مع تغيير علامات الحدود التي نقلت	

الجزء :

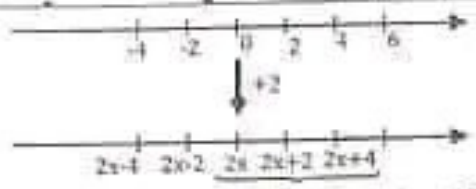
جداء أعداد حقيقية متماثلة :	✓ $\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$ ✓ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ ✓ $-5\sqrt{3}\times\left(-\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)\times\sqrt{3}$ $=+5\times\frac{5}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$ $=\frac{25}{2}\times 3\sqrt{3}=\frac{75}{2}\sqrt{3}$
بما أن $\sqrt{a}$ هي طول ضلع مربع مساحته a فإن $\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$	
جداء أعداد حقيقية مختلفة :	✓ $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ ✓ $-2\sqrt{2}\times(-3\sqrt{8})=+6\sqrt{16}$ $=6\times 4=24$ ✓ $\sqrt{12}=\sqrt{2}\sqrt{6}=\sqrt{4}\sqrt{3}$
a و b أعداد كسرية موجبة $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	
جداء الأعداد الحقيقية :	✓ $\frac{5}{2}\sqrt{3}\times(-7\sqrt{8}\times 2\sqrt{3})$ $=\frac{5}{2}\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times(-7\sqrt{8})$ $=5\times 3\times(-7\sqrt{8})$ $=-105\sqrt{4}\sqrt{2}$ $=-105\times 2\sqrt{2}=-210\sqrt{2}$ ✓ $-3\sqrt{2}\times(-4\sqrt{6})=+12\sqrt{12}$ ✓ $-\frac{1}{2}\sqrt{11}\times 7\sqrt{10}=-\frac{21}{2}\sqrt{110}$
✓ خاصيات ضرب الأعداد الحقيقية في R هي نفسها في Q : التبديلية والتجميعية و العنصر المحايد و العاص	
✓ جداء عددين سالبين هو عدد موجب	
✓ جداء عددين مختلفي العلامة هو عدد سالب	
النشر : جداء الأعداد الحقيقية المرشدة	✓ $-5\sqrt{5}(-3\sqrt{3}+2\sqrt{2})$ $=+5\times 3\sqrt{5}\sqrt{3}-5\times 2\sqrt{5}\sqrt{2}$ $=15\sqrt{15}-10\sqrt{10}$ ✓ $\left(-\sqrt{2}+2\right)\left(-\frac{5}{2}+3\sqrt{3}\right)$ $=+\frac{5}{2}\sqrt{2}-3\sqrt{2}\sqrt{3}-2\times\frac{5}{2}+2\times 3\sqrt{3}$ $=\frac{5}{2}\sqrt{2}-3\sqrt{6}-5+6\sqrt{3}$ $=-5+\frac{5}{2}\sqrt{2}+6\sqrt{3}-3\sqrt{6}$
✓ العامل البسيط : $-a(-b+c)=+ab-ac$	
✓ العامل المُرَكَّب : $(-a+b)(-c+d)=+ac-ad-bc+bd$	
التفكيك :	✓ $2-\sqrt{2}=\sqrt{2}\sqrt{2}-1\times\sqrt{2}$ $=\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$ ✓ $6-\sqrt{45}=3\times 2-\sqrt{9}\sqrt{5}$ $=3\times 2-3\sqrt{5}$ $=3(2-\sqrt{5})$ ✓ $7(\pi-2)-\sqrt{5}(2-\pi)$ $=7(\pi-2)+\sqrt{5}(\pi-2)$ $=(\pi-2)(7+\sqrt{5})$
✓ العامل البسيط : $ab+ac=a(b+c)$	
✓ العامل المركب : $a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y)$ $=(x-y)(a-b)$	
العنصر العاص :	✓ $\sqrt{2}x=0$ $x=0$ ✓ $(x-1)(x+\sqrt{5})=0$ $x-1=0$ ⟷ $x+\sqrt{5}=0$ $x=1$ ⟷ $x=-\sqrt{5}$
✓ $ab=0$ يعني $a=0$ أو $b=0$	
✓ $ab\neq 0$ يعني $a\neq 0$ و $b\neq 0$	
كتابة عدد حقيقي بمقام عدد صحيح :	✓ $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ✓ $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$ $=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5+\sqrt{10}-\sqrt{10}-2}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$
نعتمد العلاقتين :	✓ $\sqrt{a}\sqrt{a}=a$ ✓ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=a-b$

القسمة :

المقلوب : ✓ لكل عدد حقيقي a مخالف للصفر مقلوب نرمز له بـ $\frac{1}{a}$ ✓ جداء عدد و مقلوبه يساوي 1 ✓ a مقلوب b يعني $ab = 1$	✓ $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$ $= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3+\sqrt{6}-\sqrt{6}-2}$ $= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ ✓ $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 1$ ✓ $\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$
القسمة : التقنيات المعتمدة في القسمة في $\mathbb{R}$ هي نفسها المعتمدة في $\mathbb{Q}$	$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3}{2\sqrt{7}}$
إخراج عدد مقبول : $\frac{ac}{c} = a$ حيث c عامل	$\frac{-2-\sqrt{8}}{6} = \frac{-2-\sqrt{4}\sqrt{2}}{2\times3}$ $= \frac{-2-2\sqrt{2}}{2\times3}$ $= \frac{2(-1-\sqrt{2})}{2\times3} = \frac{-1-\sqrt{2}}{3}$
القيمة المطلقة : ✓ $\lvert x\rvert = x$ إذا كان $x \in \mathbb{R}_+$ ✓ $\lvert x\rvert = -x$ إذا كان $x \in \mathbb{R}_-$ ✓ $\lvert x\rvert = a$ حيث a موجب يعني $x = a$ أو $x = -a$ ✓ $\lvert ab\rvert = \lvert a\rvert\lvert b\rvert$ ✓ $\left\lvert\frac{a}{b}\right\rvert = \frac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert}$ $(b \neq 0)$	✓ $\lvert 3-\sqrt{3}\rvert = 3-\sqrt{3}$ ✓ $\lvert 2-\sqrt{5}\rvert = -(2-\sqrt{5})$ $= -2+\sqrt{5}$ $= \sqrt{5}-2$ ✓ $\lvert x\rvert = \sqrt{2}-1$ $x = 1-\sqrt{2}$ $\quad$ $x = \sqrt{2}-1$ ✓ $\lvert(-1-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)\rvert$ $= \lvert-1-\sqrt{2}\rvert\lvert\sqrt{2}-1\rvert$ $= (1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)$ $= 1$ ✓ $\left\lvert\frac{-2}{1-\sqrt{2}}\right\rvert = \frac{\lvert-2\rvert}{\lvert1-\sqrt{2}\rvert} = \frac{2}{\sqrt{2}-1}$
خاصيات الجذر التربيعي : ✓ $(\sqrt{a})^2 = a$ (a موجب) ✓ $\sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$ ✓ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ (a و b موجبان) ✓ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ (a و b موجبان) ✓ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ يعني $a = b$ (a و b موجبان)	✓ $\sqrt{(5)^2} = 5$ ✓ $\sqrt{(-7)^2} = \lvert-7\rvert = 7$ ✓* $\sqrt{32} = \sqrt{16}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ * $\sqrt{75}-\sqrt{12}-\sqrt{27}$ $= \sqrt{25}\sqrt{3}-\sqrt{4}\sqrt{3}-\sqrt{9}\sqrt{3}$ $= 5\sqrt{3}-2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ $= \sqrt{3}(5-2-3) = 0$ ✓ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ ✓ $\sqrt{x} = 2$ $\sqrt{x} = \sqrt{4}$ $x = 4$

الخاصيات	المثال
المقارنة و الفرق : ✓ $A-B\leq 0$ يعني $A\leq B$ ✓ $A-B\geq 0$ يعني $A\geq B$	$(-2\sqrt{3}+\sqrt{2})-(-\sqrt{3}+\sqrt{2})$ $=-2\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$ $=-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_-$ $-2\sqrt{3}+\sqrt{2}\leq -\sqrt{3}+\sqrt{2}$
المقارنة و الجذر : $\sqrt{x}\leq\sqrt{y}$ يعني $x\leq y$ (x و y أعداد حقيقية موجبة)	$2\leq 3$ $\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$
المقارنة و القوة : ✓ $x\leq y$ يعني $x^2\leq y^2$ (x و y موجبان) ✓ $x\geq y$ يعني $x^2\leq y^2$ (x و y سالبان) ✓ لا يمكن مقارنة عدد سالب و موجب باستعمال القوة	$2\sqrt{3}$ $3\sqrt{2}$ ⋮ $-2\sqrt{5}$ $-5\sqrt{2}$ $(2\sqrt{3})^2$ $(3\sqrt{2})^2$ ⋮ $(-2\sqrt{5})^2$ $(-5\sqrt{2})^2$ 12 18 ⋮ 20 50 $2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{2}$ ⋮ $-2\sqrt{5}\geq -5\sqrt{2}$ $-5 < \sqrt{2}$ ⋮ $-1 < \sqrt{3}$ $(-5)^2$ $\sqrt{2}^2$ ⋮ $(-1)^2$ $\sqrt{3}^2$ $25 > 2$ ⋮ $1 < 3$
المقارنة و المقابل : $x\leq y$ يعني $-x\geq -y$	$\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$ $-\sqrt{2}\geq -\sqrt{3}$
المقارنة و الجمع : ✓ $x\leq y$ يعني $x+a\leq y+a$ ✓ $x\leq y$ و $a\leq b$ إذا $x+a\leq y+b$ (العكس لا يكون دائما صحيحا) --- لا يمكن أن نطرح الأطراف في المقارنة بل : $x-y=x+(-y)$	✓ $\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$ $\sqrt{2}+1\leq\sqrt{3}+1$ ✓ $2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{2}$ $\sqrt{5}\leq\sqrt{6}$ $2\sqrt{3}+\sqrt{5}\leq 3\sqrt{2}+\sqrt{6}$ ✓ $3\leq 9$ $1\leq 9$ $3-1\leq 9-9$ $2\leq 0$ (خطأ)
المقارنة و الضرب : ✓ $x\leq y$ يعني $ax\leq ay$ (a موجب) ✓ $x\leq y$ يعني $ax\geq ay$ (a سالب) ✓ $a\leq b$ و $x\leq y$ إذا $ax\leq by$ (a و x موجبان)	✓ $\sqrt{5}\leq\sqrt{8}$ ⋮ $\sqrt{2}\leq\sqrt{6}$ $2\sqrt{5}\leq 2\sqrt{8}$ ⋮ $-2\sqrt{2}\geq -2\sqrt{6}$ ✓ $5\sqrt{2}\leq 7\sqrt{3}$ إذا $5\leq 7$ و $\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$
المقارنة و المقلوب : $x\leq y$ يعني $\frac{1}{x}\geq\frac{1}{y}$ (x و y مخالفان للصفر و ليما نفس العلامة) --- لا يمكن أن نقسم الأطراف في المقارنة بل : $\frac{x}{y}=x\times\frac{1}{y}$	✓ $1+\sqrt{3}\leq 2+\sqrt{5}$ $\frac{1}{1+\sqrt{3}}\geq\frac{1}{2+\sqrt{5}}$ ✓ $3\leq 9$ ⋮ $1\leq 9$ $\frac{3}{1}\leq\frac{9}{9}$ $3\leq 1$ (خطأ) ✓ $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}=\sqrt{2}\times\frac{1}{1+\sqrt{3}}$
المقارنة و الترتيب : نستعين بأغلبية طرق المقارنة	$\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$ $-2\sqrt{2}\geq -2\sqrt{3}$ $-2\sqrt{2}+(-1)\geq -2\sqrt{3}+(-1)$ $\frac{1}{-2\sqrt{2}-1}\leq\frac{1}{-2\sqrt{3}-1}$ $\frac{\sqrt{5}}{-2\sqrt{2}-1}\leq\frac{\sqrt{5}}{-2\sqrt{3}-1}$

العبارات الجبرية

الخاصيات	المثال
أنواع العبارات :	✓ $E = -2x^2 + 3x - 1$
✓ متعددة الحدود ذات متوارب صحيحة و كسرية	$F = \frac{1}{2}a + b - ab$
✓ كسرية	✓ $A = \frac{x+2}{|x|+1}$
✓ جذرية	✓ $B = \sqrt{x^2+2}$
مماثلة عبارة :	$x = \frac{1}{2}$
نقوم بتعويض المجهول بالعدد المعطى و نطبق أولوية العمليات	$E = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \frac{1}{2} - 1$
	$= -2 \times \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1$
	$= -\frac{2}{4} + \frac{6}{4} - \frac{4}{4} = 0$
النشر :	✓ $-2x\left(-3y + \frac{1}{3}x\right) = +6xy - \frac{2}{3}x^2$
- البسيط : $-a(-b+c) = +ab - ac$	✓ $(-2+x)\left(-\frac{1}{2}x + 3\right)$
- المركب : $(-a+b)(c-d) = -ac + ad + bc - bd$	$= +2 \times \frac{1}{2}x - 2 \times 3 - \frac{1}{2}xx + 3x$
- بالجذاءات المعتبرة :	$= +x - 6 - \frac{1}{2}x^2 + 3x$
✓ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$= -\frac{1}{2}x^2 + x + 3x - 6$
✓ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$= -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6$
✓ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$	✓ $(x-\sqrt{2})^2 = x^2 - 2\sqrt{2}x + \sqrt{2}^2$
	$= x^2 - 2\sqrt{2}x + 2$
	$(x-1)(x+1) = x^2 - 1^2$
	$= x^2 - 1$
التفكيك :	✓ $-x^2 + 2x = -xx + 2x = -x(x-2)$
- البسيط : $-ab + ac = -a(b-c)$	✓ $5(x-4) + x(4-x)$
- المركب : $a(x+y) + b(x+y) = (x+y)(a+b)$	$= 5(x-4) - x(x-4)$
- بالجذاءات المعتبرة :	$= (x-4)(5-x)$
✓ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	✓ $9x^2 + 6x + 1$
✓ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	$= (3x)^2 + 2 \times 3x + 1^2$
✓ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	$= (3x+1)^2$
	$x^2 - 5 = x^2 - \sqrt{5}^2$
	$= (x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$
الاختصار :	$-3x^2 + 2 - \frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{1}{2}$
نقوم بتجميع الحدود من نفس الدرجة أو من نفس المجهول	$= -3x^2 - \frac{1}{2}x^2 + 5x + 2 - \frac{1}{2}$
	$= x^2\left(-3 - \frac{1}{2}\right) + 5x + \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$
	$= x^2\left(-\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right) + 5x + \frac{3}{2}$
	$= -\frac{7}{2}x^2 + 5x + \frac{3}{2}$
تحويل مسألة إلى عبارة :	
- تسمية المطلوب بالمجهول x أو n أو ...	
- تحويل المعطيات بدلالة المجهول	✓ $S = 2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 6x + 6$
أمثلة :	✓ $a = (x-1)(x+1) = x^2 - 1$
✓ S هي مجموعة 3 أعداد زوجية متتالية	
✓ a هي مساحة مستطيل أبعاده $x+1$ و $x-1$	

المعادلات

الخاصيات	المثال
المعادلات الأساسية :	✓ $x+2=\sqrt{7}$ $x=\sqrt{7}-2$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{\sqrt{7}-2\}$ $S_{\mathbb{Q}}=\emptyset$; $S_{\mathbb{Z}}=\emptyset$; $S_{\mathbb{N}}=\emptyset$ ✓ $-3x=12$ $x=\frac{12}{-3}=-4$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-4\}$
✓ المجهول حد : $x+a=b$ يعني $x=b-a$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\{b-a\}$ ✓ المجهول عامل : $ax=b$ يعني $x=\frac{b}{a}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{b}{a}\right\}$ ✓ $b-a$ و $\frac{b}{a}$ تسمى حلول المعادلة	
معادلات من الدرجة الأولى :	✓ $-2x+1=-5x-2$ $-2x+5x=-2-1$ $3x=-3$ $x=-\frac{3}{3}=-1$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-1\}$ ✓ $3(-x+1)=-(x-3)+2$ $-3x+3=-x+3+2$ $-3x+x=3+2-3$ $-2x=2$ $x=\frac{2}{-2}=-1$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-1\}$ ✓ $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{6}x+1$ $\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}=-\frac{5}{6}x+1$ $\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}x=1+\frac{1}{6}$ $\frac{8}{6}x=\frac{7}{6}$ $x=\frac{\frac{7}{6}}{\frac{8}{6}}=\frac{7}{6}\times\frac{6}{8}=\frac{7}{8}$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{7}{8}\right\}$ ✓ $\frac{x+1}{3}-\frac{x-2}{2}=\frac{1}{6}x+2$ $\frac{2(x+1)}{6}-\frac{3(x-2)}{6}=\frac{1}{6}x+\frac{12}{6}$ $2(x+1)-3(x-2)=1x+12$ $2x+2-3x+6=1x+12$ $2x-3x-1x=12-2-6$ $-2x=-4$ $x=\frac{-4}{-2}=2$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{2\}$ ✓ $\lvert x+2\rvert=5$ $x+2=-5$ $\quad x+2=5$ $x=-5-2$ $\quad x=5-2$ $x=-7$ $\quad x=3$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-7;3\}$
معادلات خاصة :	✓ $-3(x+2)=-3x+1$ $-3x-6=-3x+1$ $-3x+3x=1+6$ $0=7$ (خطأ) $\quad S_{\mathbb{R}}=\emptyset$ ✓ $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{3}=\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}$ $\frac{3x}{6}-\frac{2(x+1)}{6}=\frac{1}{6}x-\frac{2}{6}$ $3x-2(x+1)=1x-2$ $3x-2x-2=1x-2$ $1x-1x=-2+2$ $0=0$ (صواب) $S_{\mathbb{R}}=\mathbb{R}$

- نضع المجهول على اليسار و المعلوم على اليمين مع تغيير علامات الحدود التي وقع نقلها
- ذات أقواس : نقوم بعملية النشر ثم إتباع مراحل المعادلة البسيطة
- ذات كسور بسيطة : نقوم بعملية النشر ثم توحيد المقامات ثم إتباع مراحل المعادلة البسيطة
- ذات كسور مركبة :
  - نضع البسوط المركبة بين قوسين ثم توحيد المقامات وحذفها ثم عملية النشر وإتباع مراحل المعادلة البسيطة
  - تحويلها إلى كسور بسيطة $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$
  - جذاء الطرفين يساوي جذاء الوسطين : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $ad=bc$
- ذات قيمة مطلقة :
  - تحويلها إلى معادلتين : $|A|=|B|$ يعني $A=B$ أو $A=-B$
  - استعمال الخاصية : $|A|=|B|$ يعني $A^2=B^2$

معادلات يؤول حلها إلى معادلة من الدرجة الأولى :

✓ تحويل كل الحدود إلى اليسار ثم التفكيك بالعامل المشترك أو الجذاءات المعتبرة

✓ استعمال خاصية العنصر الماص :

($ab = 0$ يعني $a = 0$ أو $b = 0$)

✓ $5x^2 + x = 0$

$x(5 + x) = 0$

$x = 0 \quad ; \quad 5 + x = 0$

$x = 0 \quad ; \quad x = 0 - 5 = -5$

$S_R = \{-5; 0\}$

✓ $2(x - 3) = x(3 - x)$

$2(x - 3) - x(3 - x) = 0$

$2(x - 3) + x(x - 3) = 0$

$(x - 3)(2 + x) = 0$

$x - 3 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0$

$x = 3 \quad ; x = -2 \qquad S_R = \{-2; 3\}$

✓① $x^2 = 4$

$x^2 = 2^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{2^2}$

$|x| = |2|$

$|x| = 2$

$x = -2 \quad ; \quad x = 2$

$S_R = \{-2; 2\}$

② $x^2 = 4$

$x^2 - 2^2 = 0$

$(x - 2)(x + 2) = 0$

$x - 2 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0$

$x = 2 \quad ; \quad x = -2$

$S_R = \{-2; 2\}$

✓ $9x^2 + 1 = 6x$

$9x^2 - 6x + 1 = 0$

$(3x)^2 - 2 \times 3x + 1^2 = 0$

$(3x - 1)^2 = 0$

$3x - 1 = 0$

$x = \frac{1}{3} \qquad S_R = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

مسائل يؤول حلها إلى معادلات :

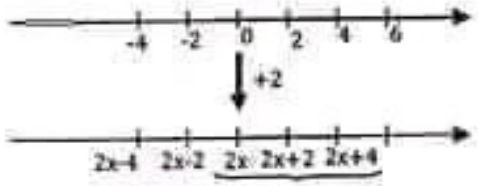
✓ تسمية المطلوب بالمجهول x أو n أو ...

✓ تحويل المعطيات بدلالة المجهول

✓ وضع المعادلة و حلها

✓ التحقق

مجموع 3 أعداد زوجية متتالية يساوي 12



✓ العدد الذي نبحث عنه هو x

✓ 3 أعداد زوجية متتالية هي 2x ؛ 2x+2 و 2x+4

$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 12$ ✓

$6x + 6 = 12$

$6x = 12 - 6$

$6x = 6$

$x = \frac{6}{6} = 1$

$2x = 2 \times 1 = 2$

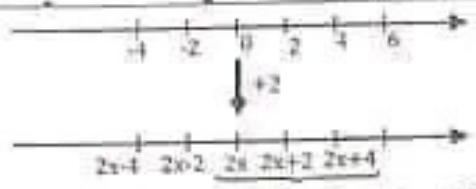
$2x + 2 = 2 \times 1 + 2 = 4$

$2x + 4 = 2 \times 1 + 4 = 6$

$S = 2 + 4 + 6 = 12$ ✓

الخاصيات	المثال
المقارنة و الفرق : ✓ $A-B\leq 0$ يعني $A\leq B$ ✓ $A-B\geq 0$ يعني $A\geq B$	$(-2\sqrt{3}+\sqrt{2})-(-\sqrt{3}+\sqrt{2})$ $=-2\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$ $=-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_-$ $-2\sqrt{3}+\sqrt{2}\leq -\sqrt{3}+\sqrt{2}$
المقارنة و الجذر : $\sqrt{x}\leq\sqrt{y}$ يعني $x\leq y$ (x و y أعداد حقيقية موجبة)	$2\leq 3$ $\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$
المقارنة و القوة : ✓ $x\leq y$ يعني $x^2\leq y^2$ (x و y موجبان) ✓ $x\geq y$ يعني $x^2\leq y^2$ (x و y سالبان) ✓ لا يمكن مقارنة عدد سالب و موجب باستعمال القوة	$2\sqrt{3}$ $3\sqrt{2}$ ⋮ $-2\sqrt{5}$ $-5\sqrt{2}$ $(2\sqrt{3})^2$ $(3\sqrt{2})^2$ ⋮ $(-2\sqrt{5})^2$ $(-5\sqrt{2})^2$ 12 18 ⋮ 20 50 $2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{2}$ ⋮ $-2\sqrt{5}\geq -5\sqrt{2}$ $-5 < \sqrt{2}$ ⋮ $-1 < \sqrt{3}$ $(-5)^2$ $\sqrt{2}^2$ ⋮ $(-1)^2$ $\sqrt{3}^2$ $25 > 2$ ⋮ $1 < 3$
المقارنة و المقابل : $x\leq y$ يعني $-x\geq -y$	$\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$ $-\sqrt{2}\geq -\sqrt{3}$
المقارنة و الجمع : ✓ $x\leq y$ يعني $x+a\leq y+a$ ✓ $x\leq y$ و $a\leq b$ إذا $x+a\leq y+b$ (العكس لا يكون دائما صحيحا) --- لا يمكن أن نطرح الأطراف في المقارنة بل : $x-y=x+(-y)$	✓ $\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$ $\sqrt{2}+1\leq\sqrt{3}+1$ ✓ $2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{2}$ $\sqrt{5}\leq\sqrt{6}$ $2\sqrt{3}+\sqrt{5}\leq 3\sqrt{2}+\sqrt{6}$ ✓ $3\leq 9$ $1\leq 9$ $3-1\leq 9-9$ $2\leq 0$ (خطأ)
المقارنة و الضرب : ✓ $x\leq y$ يعني $ax\leq ay$ (a موجب) ✓ $x\leq y$ يعني $ax\geq ay$ (a سالب) ✓ $a\leq b$ و $x\leq y$ إذا $ax\leq by$ (a و x موجبان)	✓ $\sqrt{5}\leq\sqrt{8}$ ⋮ $\sqrt{2}\leq\sqrt{6}$ $2\sqrt{5}\leq 2\sqrt{8}$ ⋮ $-2\sqrt{2}\geq -2\sqrt{6}$ ✓ $5\sqrt{2}\leq 7\sqrt{3}$ إذا $5\leq 7$ و $\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$
المقارنة و المقلوب : $x\leq y$ يعني $\frac{1}{x}\geq\frac{1}{y}$ (x و y مخالفان للصفر و ليما نفس العلامة) --- لا يمكن أن نقسم الأطراف في المقارنة بل : $\frac{x}{y}=x\times\frac{1}{y}$	✓ $1+\sqrt{3}\leq 2+\sqrt{5}$ $\frac{1}{1+\sqrt{3}}\geq\frac{1}{2+\sqrt{5}}$ ✓ $3\leq 9$ ⋮ $1\leq 9$ $\frac{3}{1}\leq\frac{9}{9}$ $3\leq 1$ (خطأ) ✓ $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}=\sqrt{2}\times\frac{1}{1+\sqrt{3}}$
المقارنة و الترتيب : نستعين بأغلبية طرق المقارنة	$\sqrt{2}\leq\sqrt{3}$ $-2\sqrt{2}\geq -2\sqrt{3}$ $-2\sqrt{2}+(-1)\geq -2\sqrt{3}+(-1)$ $\frac{1}{-2\sqrt{2}-1}\leq\frac{1}{-2\sqrt{3}-1}$ $\frac{\sqrt{5}}{-2\sqrt{2}-1}\leq\frac{\sqrt{5}}{-2\sqrt{3}-1}$

العبارات الجبرية

الخاصيات	المثال
أنواع العبارات :	✓ $E = -2x^2 + 3x - 1$
✓ متعددة الحدود ذات متوارب صحيحة و كسرية	$F = \frac{1}{2}a + b - ab$
✓ كسرية	✓ $A = \frac{x+2}{|x|+1}$
✓ جذرية	✓ $B = \sqrt{x^2+2}$
مماثلة عبارة :	$x = \frac{1}{2}$
نقوم بتعويض المجهول بالعدد المعطى و نطبق أولوية العمليات	$E = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \frac{1}{2} - 1$
	$= -2 \times \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1$
	$= -\frac{2}{4} + \frac{6}{4} - \frac{4}{4} = 0$
النشر :	✓ $-2x\left(-3y + \frac{1}{3}x\right) = +6xy - \frac{2}{3}x^2$
- البسيط : $-a(-b+c) = +ab - ac$	✓ $(-2+x)\left(-\frac{1}{2}x + 3\right)$
- المركب : $(-a+b)(c-d) = -ac + ad + bc - bd$	$= +2 \times \frac{1}{2}x - 2 \times 3 - \frac{1}{2}xx + 3x$
- بالجذاءات المعتبرة :	$= +x - 6 - \frac{1}{2}x^2 + 3x$
✓ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$= -\frac{1}{2}x^2 + x + 3x - 6$
✓ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$= -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6$
✓ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$	✓ $(x-\sqrt{2})^2 = x^2 - 2\sqrt{2}x + \sqrt{2}^2$
	$= x^2 - 2\sqrt{2}x + 2$
	$(x-1)(x+1) = x^2 - 1^2$
	$= x^2 - 1$
التفكيك :	✓ $-x^2 + 2x = -xx + 2x = -x(x-2)$
- البسيط : $-ab + ac = -a(b-c)$	✓ $5(x-4) + x(4-x)$
- المركب : $a(x+y) + b(x+y) = (x+y)(a+b)$	$= 5(x-4) - x(x-4)$
- بالجذاءات المعتبرة :	$= (x-4)(5-x)$
✓ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	✓ $9x^2 + 6x + 1$
✓ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	$= (3x)^2 + 2 \times 3x + 1^2$
✓ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	$= (3x+1)^2$
	$x^2 - 5 = x^2 - \sqrt{5}^2$
	$= (x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$
الاختصار :	$-3x^2 + 2 - \frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{1}{2}$
نقوم بتجميع الحدود من نفس الدرجة أو من نفس المجهول	$= -3x^2 - \frac{1}{2}x^2 + 5x + 2 - \frac{1}{2}$
	$= x^2\left(-3 - \frac{1}{2}\right) + 5x + \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$
	$= x^2\left(-\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right) + 5x + \frac{3}{2}$
	$= -\frac{7}{2}x^2 + 5x + \frac{3}{2}$
تحويل مسألة إلى عبارة :	
- تسمية المطلوب بالمجهول x أو n أو ...	
- تحويل المعطيات بدلالة المجهول	✓ $S = 2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 6x + 6$
أمثلة :	✓ $a = (x-1)(x+1) = x^2 - 1$
✓ S هي مجموعة 3 أعداد زوجية متتالية	
✓ a هي مساحة مستطيل أبعاده $x+1$ و $x-1$	

المعادلات

الخاصيات	المثال
المعادلات الأساسية :	✓ $x+2=\sqrt{7}$ $x=\sqrt{7}-2$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{\sqrt{7}-2\}$ $S_{\mathbb{Q}}=\emptyset$; $S_{\mathbb{Z}}=\emptyset$; $S_{\mathbb{N}}=\emptyset$ ✓ $-3x=12$ $x=\frac{12}{-3}=-4$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-4\}$
✓ المجهول حد : $x+a=b$ يعني $x=b-a$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\{b-a\}$ ✓ المجهول عامل : $ax=b$ يعني $x=\frac{b}{a}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{b}{a}\right\}$ ✓ $b-a$ و $\frac{b}{a}$ تسمى حلول المعادلة	
معادلات من الدرجة الأولى :	✓ $-2x+1=-5x-2$ $-2x+5x=-2-1$ $3x=-3$ $x=-\frac{3}{3}=-1$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-1\}$ ✓ $3(-x+1)=-(x-3)+2$ $-3x+3=-x+3+2$ $-3x+x=3+2-3$ $-2x=2$ $x=\frac{2}{-2}=-1$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-1\}$ ✓ $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{6}x+1$ $\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}=-\frac{5}{6}x+1$ $\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}x=1+\frac{1}{6}$ $\frac{8}{6}x=\frac{7}{6}$ $x=\frac{\frac{7}{6}}{\frac{8}{6}}=\frac{7}{6}\times\frac{6}{8}=\frac{7}{8}$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{7}{8}\right\}$ ✓ $\frac{x+1}{3}-\frac{x-2}{2}=\frac{1}{6}x+2$ $\frac{2(x+1)}{6}-\frac{3(x-2)}{6}=\frac{1}{6}x+\frac{12}{6}$ $2(x+1)-3(x-2)=1x+12$ $2x+2-3x+6=1x+12$ $2x-3x-1x=12-2-6$ $-2x=-4$ $x=\frac{-4}{-2}=2$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{2\}$ ✓ $\lvert x+2\rvert=5$ $x+2=-5$ $\quad x+2=5$ $x=-5-2$ $\quad x=5-2$ $x=-7$ $\quad x=3$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\{-7;3\}$
معادلات خاصة :	✓ $-3(x+2)=-3x+1$ $-3x-6=-3x+1$ $-3x+3x=1+6$ $0=7$ (خطأ) $\quad S_{\mathbb{R}}=\emptyset$ ✓ $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{3}=\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}$ $\frac{3x}{6}-\frac{2(x+1)}{6}=\frac{1}{6}x-\frac{2}{6}$ $3x-2(x+1)=1x-2$ $3x-2x-2=1x-2$ $1x-1x=-2+2$ $0=0$ (صواب) $S_{\mathbb{R}}=\mathbb{R}$

- نضع المجهول على اليسار و المعلوم على اليمين مع تغيير علامات الحدود التي وقع نقلها
- ذات أقواس : نقوم بعملية النشر ثم إتباع مراحل المعادلة البسيطة
- ذات كسور بسيطة : نقوم بعملية النشر ثم توحيد المقامات ثم إتباع مراحل المعادلة البسيطة
- ذات كسور مركبة :
  - نضع البسوط المركبة بين قوسين ثم توحيد المقامات وحذفها ثم عملية النشر وإتباع مراحل المعادلة البسيطة
  - تحويلها إلى كسور بسيطة $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$
  - جذاء الطرفين يساوي جذاء الوسطين : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $ad=bc$
- ذات قيمة مطلقة :
  - تحويلها إلى معادلتين : $|A|=|B|$ يعني $A=B$ أو $A=-B$
  - استعمال الخاصية : $|A|=|B|$ يعني $A^2=B^2$

معادلات يؤول حلها إلى معادلة من الدرجة الأولى :

✓ تحويل كل الحدود إلى اليسار ثم التفكيك بالعامل المشترك أو الجذاءات المعتبرة

✓ استعمال خاصية العنصر الماص :

($ab = 0$ يعني $a = 0$ أو $b = 0$)

✓ $5x^2 + x = 0$

$x(5 + x) = 0$

$x = 0 \quad ; \quad 5 + x = 0$

$x = 0 \quad ; \quad x = 0 - 5 = -5$

$S_R = \{-5; 0\}$

✓ $2(x - 3) = x(3 - x)$

$2(x - 3) - x(3 - x) = 0$

$2(x - 3) + x(x - 3) = 0$

$(x - 3)(2 + x) = 0$

$x - 3 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0$

$x = 3 \quad ; x = -2 \qquad S_R = \{-2; 3\}$

✓① $x^2 = 4$

$x^2 = 2^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{2^2}$

$|x| = |2|$

$|x| = 2$

$x = -2 \quad ; \quad x = 2$

$S_R = \{-2; 2\}$

② $x^2 = 4$

$x^2 - 2^2 = 0$

$(x - 2)(x + 2) = 0$

$x - 2 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0$

$x = 2 \quad ; \quad x = -2$

$S_R = \{-2; 2\}$

✓ $9x^2 + 1 = 6x$

$9x^2 - 6x + 1 = 0$

$(3x)^2 - 2 \times 3x + 1^2 = 0$

$(3x - 1)^2 = 0$

$3x - 1 = 0$

$x = \frac{1}{3} \qquad S_R = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

مسائل يؤول حلها إلى معادلات :

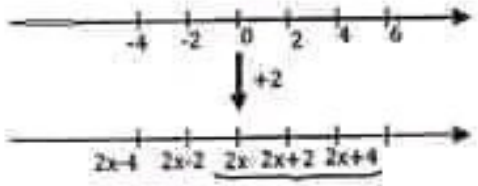
✓ تسمية المطلوب بالمجهول x أو n أو ...

✓ تحويل المعطيات بدلالة المجهول

✓ وضع المعادلة و حلها

✓ التحقق

مجموع 3 أعداد زوجية متتالية يساوي 12



✓ العدد الذي نبحث عنه هو x

✓ 3 أعداد زوجية متتالية هي 2x ؛ 2x+2 و 2x+4

$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 12$ ✓

$6x + 6 = 12$

$6x = 12 - 6$

$6x = 6$

$x = \frac{6}{6} = 1$

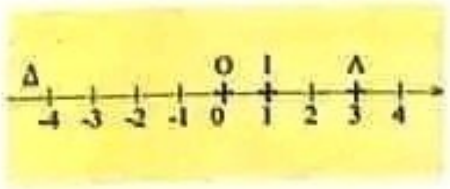
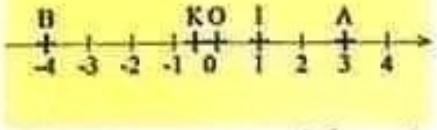
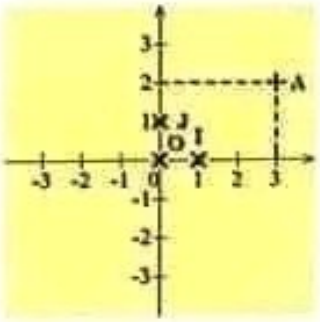
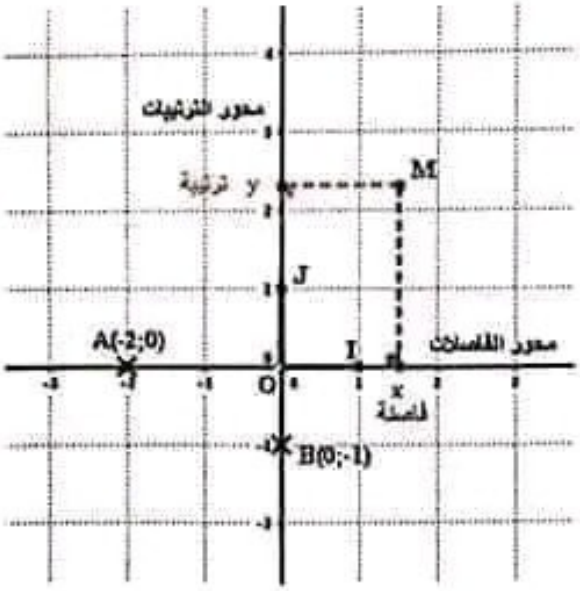
$2x = 2 \times 1 = 2$

$2x + 2 = 2 \times 1 + 2 = 4$

$2x + 4 = 2 \times 1 + 4 = 6$

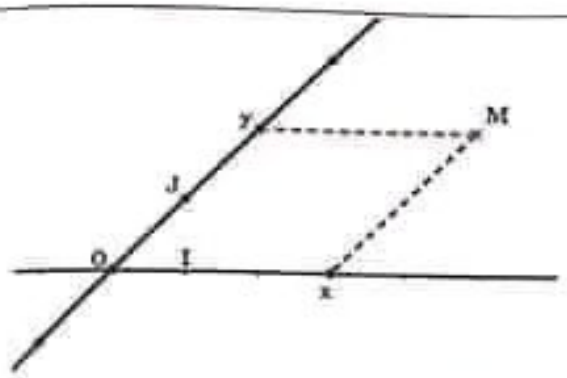
$S = 2 + 4 + 6 = 12$ ✓

التعيين في المستوي

الخاصيات	الشكل
مكون من مستقيم : – Δ مستقيم مدرج – O أصل التدريج – I النقطة الواحدية – البعد OI هو وحدة التدريج – (O,I) مُعْلَم مستقيم – العدد 3 يمثل فاصلة A ونكتب $x_A = 3$ و A(3)	
البعد : – البعد $AB = \lvert x_B - x_A \rvert . OI$ – K منتصف [AB] يعني $x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$ – إذا كانت M(x) تحقق $MA + MB = a$ فإن $(\lvert x - x_A \rvert + \lvert x - x_B \rvert) . OI = a$	 $x_K = \frac{-4+3}{2} = -\frac{1}{2}$
مُعْلَم من المستوي : – (OI) محور الفاصلات – (OJ) محور الترتيبات – (O,I,J) مُعْلَم من المستوي ✓ 3 هي فاصلة A و 2 هي ترتيبة A ✓ (3 ;2) إحداليات A ونكتب $(x_A ; y_A) = (3 ; 2)$ و A(3; 2)	 (O,I,J)
قراءة احداثيات نقطة في معلم متعامد : – ✓ (O,I,J) معلم متعامد حيث $OI = OJ$ ✓ يوجد معلم متعامد حيث $OI \neq OJ$ ✓ لقراءة احداثيات نقطة في معلم متعامد نبني المسافط العمودية لها على محوريْ الفاصلات و الترتيبات – ✓ كل نقطة من محور الفاصلات احداثياتها هي (x; 0) ✓ كل نقطة من محور الترتيبات احداثياتها هي (0; y)	

قراءة احداثيات نقطة في معين غير متعامد :

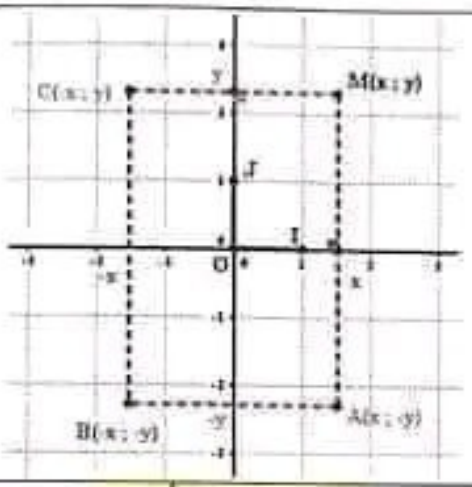
- ✓ معين غير متعامد حيث $OI = OJ$
- ✓ يوجد معين غير متعامد حيث $OI \neq OJ$
- ✓ لقراءة احداثيات نقطة في معين غير متعامد نبني المساقط وفقا لمنحنى محوري الفاصلات و الترتيبات



احداثيات مناظرة نقطة :

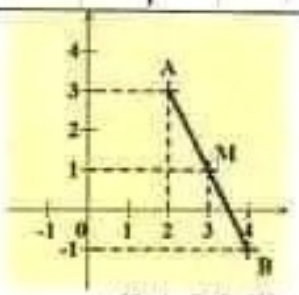
(O,I,J) معين متعامد و $M(x;y)$ و A مناظرتها بالنسبة لـ (OI) و C بالنسبة لـ (OJ) و B بالنسبة لـ O فإن احداثيات :

- A هي $(x;-y)$
- C هي $(-x;y)$
- B هي $(-x;-y)$



احداثيات المنتصف :

M منتصف [AB] يعني $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

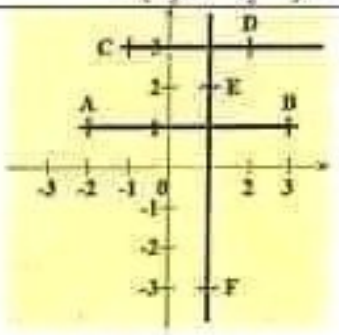


$M\left(\frac{2+4}{2};\frac{3+(-1)}{2}\right)=(3;1)$

نقطة من المستقيم و أمزانه في معين من المستوى :

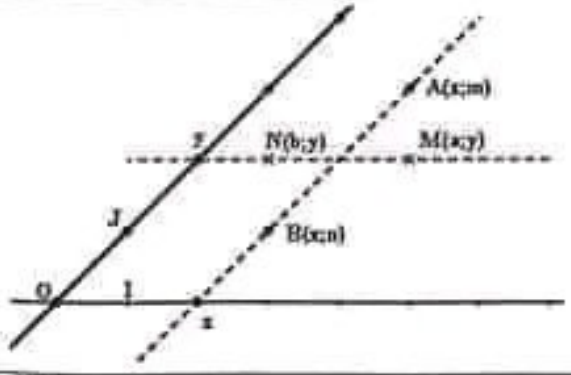
$M(x;y)$

- $M \in [AB]$ يعني $y=1$ و $-2 \leq x \leq 3$
- $M \in [CD]$ يعني $y=3$ و $x \geq -1$
- $M \in (EF)$ يعني $x=1$

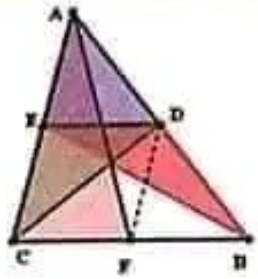
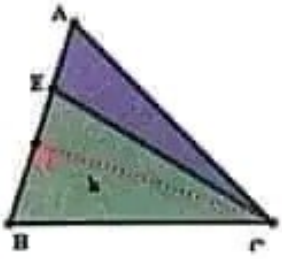
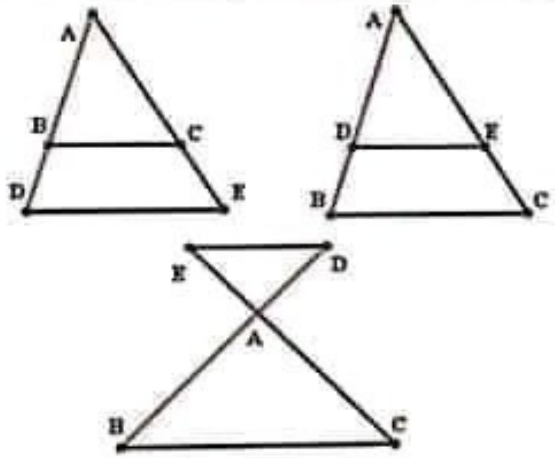
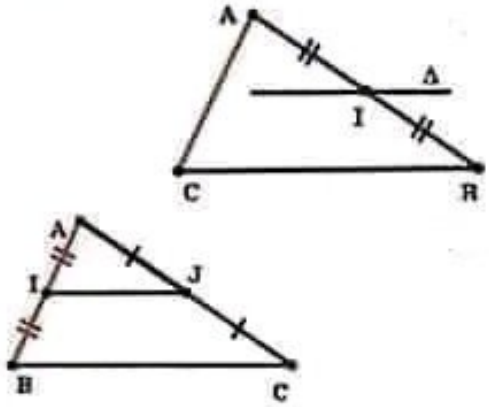
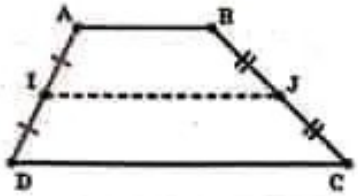


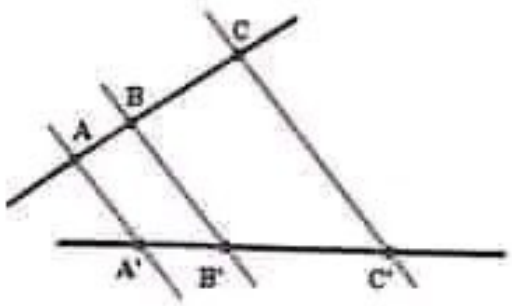
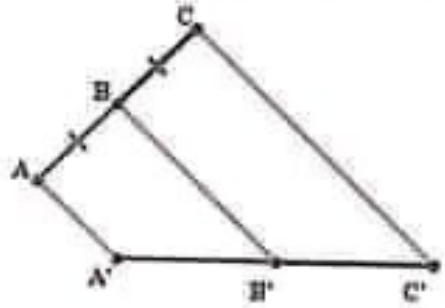
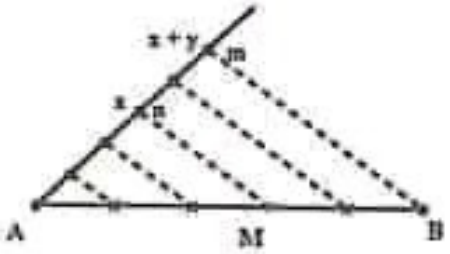
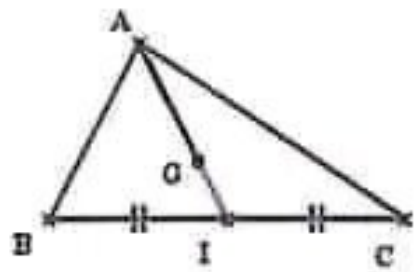
المستقيمات الموازية للمحاور :

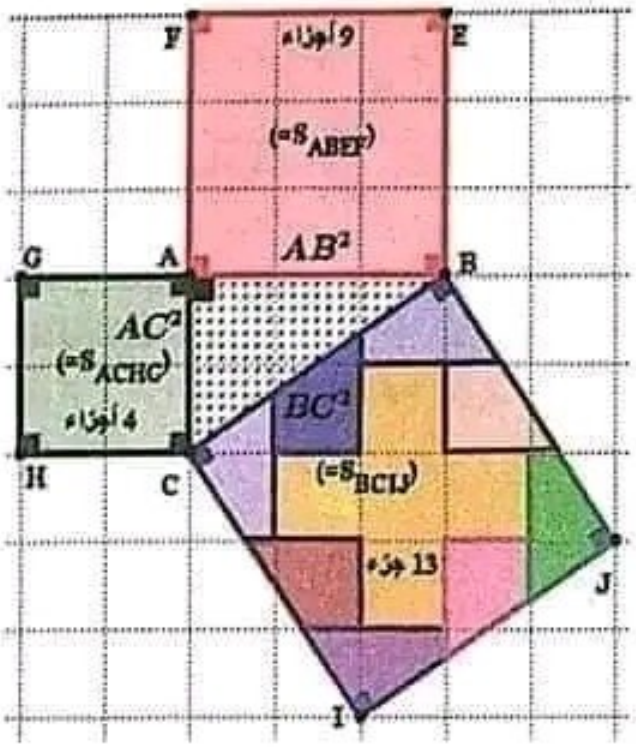
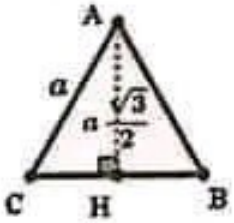
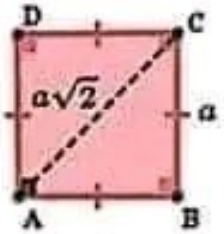
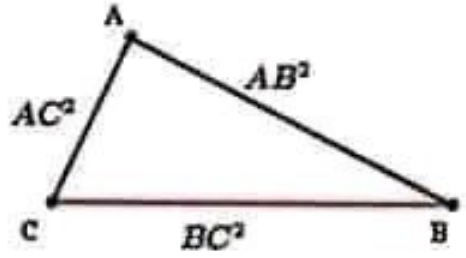
- M و N لهما نفس الترتيبة يعني $(OI) // (MN)$ (لهما نفس المنحى)
- A و B لهما نفس الفاصلة يعني $(OJ) // (AB)$



الهندسة
مبرهنة" طالس " و تطبيقاتها

الخاصيات	الشكل
المثلثات التي لها نفس المساحة : - $(CB) // (ED)$ و $(DF) // (AC)$ - $S_{ADC} = S_{AEB}$ (AED مثلث مشترك و [ED] قاعدة مشتركة لـ EDB و EDC و لهما نفس طول الارتفاع) - $S_{ADC} = S_{AFC}$ ([AC] قاعدة مشتركة و لهما نفس طول الارتفاع) - $S_{AEB} = S_{ADC} = S_{AFC}$	 $S_{AEB} = S_{ADC} = S_{AFC}$
العلاقة التناسبية بين المساحات و الأطلاع : - $\frac{S_{AEC}}{S_{ABC}} = \frac{AE}{AB}$: طول الضلعين [AE] و [AB] متناسبان مع مساحتي المثلثين AEC و ABC - $\frac{S_{BCE}}{S_{ABC}} = \frac{BE}{BA}$: طول الضلعين [BE] و [AB] متناسبان مع مساحتي المثلثين BEC و ABC	
مبرهنة " طالس " : - ABC مثلث - $D \in (AB)$ و $E \in (AC)$ حيث $(DE) // (BC)$ إذن $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$	
العكسية الرابط بين منتصفي ضلعين مثلث : - ✓ ABC مثلث ✓ I منتصف [AB] ✓ Δ موازي لـ (BC) و مار من I فإن Δ يقطع [AC] في منتصفه - ✓ ABC مثلث ✓ I منتصف [AB] و J منتصف [AC] فإن $(IJ) // (BC)$ و $IJ = \frac{BC}{2}$	
مبرهنة " طالس " في شبه المنحرف : ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] ، I منتصف [AD] و J منتصف [BC] فإن : $(IJ) // (AB)$ و $IJ = \frac{AB+DC}{2}$	

مبرهنة " طالس " العامة : $(AA') // (BB') // (CC')$ إذن $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$	
المحافظة على المنتصف : $(CC') // (BB') // (AA')$ و B منتصف $[AC]$ فإن B' منتصف $[A'C']$ (نقول أن الإسقاط يحافظ على المنتصف)	
تقسيم قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة وتعيين نقطة منها : - لتعيين نقطة M من $[AB]$ حيث $AM = \frac{n}{m}AB$ أو $\frac{x}{n} = \frac{MB}{y}$ و $(x + y = m)$ نُقسّم القطعة إلى m جزء متقايسة - لحساب بعد نعتمد خاصية التناسب الطردي $\frac{AM}{x} = \frac{MB}{y} = \frac{AM+MB}{x+y} = \frac{AB}{m}$	
المثلث القائم و الدائرة المحيطة به : - I منتصف $[EF]$ و $IE = IF = IG$ فإن المثلث EGF قائم في G و $IG = \frac{EF}{2}$ - كل مثلث يقبل الإرتسام في دائرة وضلعه قطر لها هو قائم	
مركز ثقل المثلث : - المتوسط هو قطعة مستقيم لربط بين قمة المثلث و منتصف الضلع المقابل لها - نقطة تقاطع متوسطات المثلث هي مركز ثقله - ABC مثلث و G مركز ثقله فإن $AG = \frac{2}{3}AI$ (أو $IG = \frac{1}{3}IA$) - إذا كانت نقطة G من المتوسط $[IA]$ للمثلث ABC و تحقق $IG = \frac{1}{3}IA$ فهي مركز ثقله	

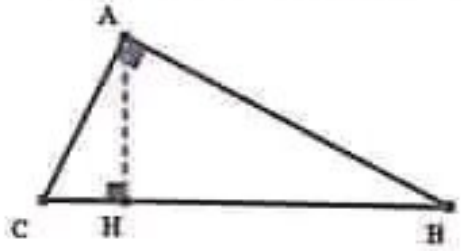
الخاصيات	الشكل
مبرهنة " فيثاغورس " . ABC مثلث قائم في A إذن $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (أو $AB^2 = BC^2 - AC^2$)	 $9+4=13$
طول إرتفاع مثلث متقايس الأضلاع . ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a فإن طول ارتفاعه $AH = a\frac{\sqrt{3}}{2}$	
طول قطر مربع . ABCD مربع طول ضلعه a فإن طول قطره $a\sqrt{2}$	
عكس مبرهنة " فيثاغورس " . إذا كان المثلث ABC يُحقق $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فهذا المثلث قائم الزاوية في A	

العلاقات القياسية في المثلث القائم .

ABC مثلث قائم في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن :

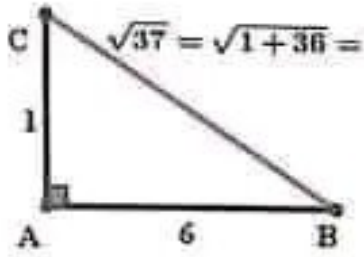
$AH.BC = AB.AC$ –

$AH^2 = HB.HC$ –

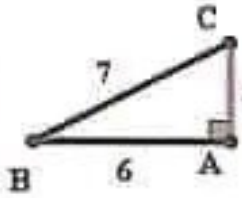


بناء قطعة مستقيم طولها عدد أسمه .

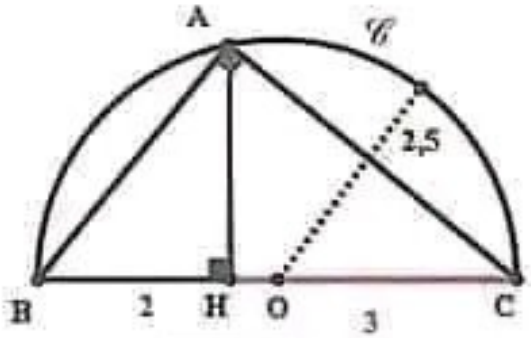
نكتب العدد الصحيح في شكل مجموع أوفرق لمربعي عددين أو في صيغة جداء عددين



$\sqrt{37} = \sqrt{1+36} = \sqrt{1^2+6^2}$



$\sqrt{13} = \sqrt{49-36} = \sqrt{7^2-6^2}$



$AH = \sqrt{HB \times HC} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$